

PIPPING

. . . .

UEBER DIE THEORIE DER VOCALE


SIGILLVM · COLLEGII · COLVMBIAE · NOVI · EBORACI
IN LVMINE TVO VIDEBIMVS LVMEN

ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ.

TOM. XX. № 11.

ÜBER

DIE THEORIE DER VOCALE

VON

Dr. HUGO PIPPING.

HELSINGFORS,

DRUCKEREI DER FINNISCHEN LITTERATUR GESELLSCHAFT,

1894.

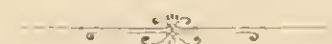
From the library of C. Ludwig.
Leipzig, 1895.

ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ.
TOM. XX. № 11.

ÜBER
DIE THEORIE DER VOCALE

VON

Dr. HUGO PIPPING.



HELSINGFORS,
DRUCKEREI DER FINNISCHEN LITTERATUR GESELLSCHAFT,
1894.

Wenige Fragen der Wissenschaft haben sich in diesem Jahrhundert ein so lebhaftes und allgemeines Interesse zugezogen, wie die Theorie der Vocale, und die vielen Arbeiten, welche in den letzten Jahren hinzugekommen sind, zeigen dass noch keine Reaction eingetreten ist. Es ist auch leicht zu erklären, warum Gelehrte, deren Forschungsgebiete scheinbar durch unübersteigliche Mauern getrennt sind, auf diesem Felde der Wissenschaft friedlich zusammenwirkten, oder auch, wo die Meinungsverschiedenheit zu gross war, mit scharfen Waffen einander bekämpften. Die Physiologie der Sprachwerkzeuge und die des Ohrs, die Physik und die Sprachwissenschaft, dies alles sind Disciplinen, deren Vertreter sich für die Theorie der Vocale interessiren müssen.

Der Ursprung zu den vielen Streitigkeiten, welche zwischen Forschern auf diesem Gebiete entstanden sind, ist theils in der Schwierigkeit des Problems zu suchen, theils und vor Allem darin, dass man sich über die relative Bedeutung der verschiedenen Momente bei der Vocalbildung nicht immer Klarheit verschaffte.

Um nicht in denselben Fehler zu verfallen, den ich bei Andern tadle, habe ich mir folgende Fragen zur Beantwortung aufgestellt. Welche Erscheinungen bei der Bildung eines Vocals sind zufällig, entbehrlich, welche Erscheinungen dürfen nicht ausbleiben, wenn der betreffende Vocal erzeugt werden soll?

Es empfiehlt sich zuerst die Schallquelle zu untersuchen: welche constanten Eigenschaften kommen ihr zu, welche Eigenschaften sind variabel?

Die Antwort auf diese Frage fällt etwas verschieden aus, je nachdem wir uns auf die Besprechung der Vocale der menschlichen Sprache beschränken, oder auch die künstlichen Vocale herbeiziehen. Im letzteren Falle ist die Antwort sehr leicht zu finden. Helmholtz hat Vocalklänge erzeugt, indem er vor

Resonatoren gestellte Stimmgabeln ertönen liess; König, Eichhorn und Hermann erzielten dasselbe Resultat durch Anblasen von „Wellenblechen", Edison lässt die vibrirende Platte seines Phonographen Vocale hervorbringen. Wo ist nun eine gemeinsame Eigenschaft dieser Apparate zu finden? Sicherlich nur in ihrer Wirkungsart, nicht in den Apparaten selbst.

Die Vocale der mit Nachahmungsvermögen begabten Thiere haben im Bezug auf ihre Bildungsweise mehr Ähnlichkeit unter einander und mit den menschlichen Vocalen, aber vollständig ist die Ähnlichkeit nicht. Der sprechende Papagei macht vom *larynx* keinen Gebrauch, Lippenarticulationen kann er nicht ausführen, und ich fürchte, dass die „mid-back-wide" Stellung der Zunge nur mit Mühe wiederzuerkennen ist, wenn er sein *a* spricht.

Dass auch die von Menschen hervorgebrachten Vocale sehr grosse Abweichungen in ihrer Bildungsweise zeigen, wenn wir pathologische Fälle mit in Betracht ziehen, wird jedermann zugeben wollen. Ich habe Gelegenheit gehabt, die Sprache einer finnisch-sprechenden Frau zu studiren, deren Zunge vollständig exstirpirt war, und es hat sich gezeigt, dass sie die Vocale *ä*, *ö* und *y* sehr gut sprechen konnte, obgleich sie gewiss nicht im Stande war, die für diese Vocale vorgeschriebenen Zungenbewegungen auszuführen.

In der Sprachgeschichte spielen weder die künstlichen Vocale noch die der Thiere eine Rolle, ja selbst die pathologischen Abweichungen der menschlichen Sprache können von Sprachforschern ohne Gefahr vernachlässigt werden. Wenn man die wirklich constanten Elemente einer Erscheinung aufsuchen will, ist es doch manchmal nützlich, extreme Fälle zu untersuchen, und ich glaube, dass uns bei der Besprechung der Vocale normaler Individuen die Beobachtung nützen wird, dass die Erzeugung eines Vocals nicht an bestimmte Articulationsformen gebunden ist.

Wenn wir aus den Articulationen normaler menschlichen Individuen die constanten Elemente heraussuchen wollen, müssen wir zunächst bedenken, dass zwischen individualen Variationen in der Körperbildung und pathologischen Abnormitäten keine feste Grenze gezogen werden kann. Auch bei den sogenannten normalen Individuen ist keine genaue Gleichförmigkeit in dem Bau der Sprachwerkzeuge vorhanden. Bei Einem ist z. B. der Gaumen stärker gewölbt als bei dem Anderen; auch die relative Länge beider Kiefer wechselt, was schon daraus ersichtlich ist, dass beim Schliessen des Mundes die Schneidezähne des Unterkiefers sich bei einigen Individuen hinter die des Oberkiefers legen, bei Andern dagegen bedecken sie den Rand der oberen Zahnreihe. Solche Abweichungen in der Formation der festen Bestandtheile unserer Sprachwerkzeuge bedingen natürlich Modificationen in der Articulationsform der Weich-

theile, wenn verschiedene Individuen möglichst identische Laute hervorbringen wollen.

Ich glaube jedenfalls nicht, dass diese Abweichungen vom typischen Bau der Sprachwerkzeuge die wichtigste Ursache zu der Variabilität der Articulationsformen ist. Ungleich tiefer eingreifend wirkt wahrscheinlich die Verschiedenheit der *absoluten Dimensionen* des Ansatzrohrs.

Die meisten Phonetiker haben dieser Frage keine Aufmerksamkeit gewidmet; ohne die Berechtigung des Verfahrens zu prüfen, hat man stillschweigend angenommen, dass dieselbe Articulationsform immer denselben Vocal erzeugen müsse. Ja, das unbewiesene Gesetz von der Einheitlichkeit der Articulationsform bei verschiedenen Individuen ist sogar als ein Axiom betrachtet worden, dessen Corollarium die Unzulässigkeit der Helmholtz'schen Vocallehre sei. In der That steht diese Lehre mit der von der Stabilität der Articulationsformen im grellsten Widerspruch. Jede Formel für die Berechnung der Schwingungszahl des Resonanztons eines Hohlraumes zeigt die Abhängigkeit der Tonhöhe von den absoluten Dimensionen. Je grösser diese sind, desto tiefer ist der Ton, je kleiner der Hohlraum, desto grösser wird ceteris paribus die Schwingungszahl seines Resonanztones. Als Beispiel gebe ich die von Helmholtz entwickelte Formel für die Berechnung der Schwingungszahl (n) bei einem kugelförmigen Hohlraume, dessen kreisrunde Öffnung verhältnissmässig sehr eng ist:

$$n = 56174 \sqrt[4]{\frac{\sigma}{S^2}}$$

σ = die Fläche der kreisförmigen Öffnung.
S = das Volumen des Hohlraums.
Längeneinheit: 1 mm.
Luft trocken, bei einer Temperatur von 0°.

Eins ist also klar: wir haben zwischen der Lehre von den festen Resonanztönen und der von den typischen Articulationsformen zu wählen, beiden auf einmal können wir uns nicht anschliessen. Dies wird Helmholtz auch eingesehen haben; er bespricht diese Frage in der *Lehre von den Tonempfindungen* S. 171, wo folgender Passus sich findet:

„Die Tonhöhen stärkster Resonanz der Mundhöhle hängen nur ab von dem Vocale, für dessen Bildung man die Mundtheile zurecht gestellt hat, und ändern sich ziemlich beträchtlich selbst bei kleinen Abänderungen in der Klangfarbe des Vocals, wie sie etwa in verschiedenen Dialekten derselben Sprache vorkommen. Dagegen sind die Eigentöne der Mundhöhle fast unabhängig von Alter und Geschlecht. Ich habe im Allgemeinen dieselben Resonanzen bei Männern, Frauen und Kindern gefunden. Was der kindlichen und weiblichen Mundhöhle an Geräumigkeit abgeht, kann durch engeren Verschluss der Öffnung

leicht ersetzt werden, so dass die Resonanz doch eben so tief werden kann, wie in der grösseren männlichen Mundhöhle".

Diese Worte HELMHOLTZ' sind verschieden aufgefasst und beurtheilt worden. VIETOR bestreitet die Möglichkeit einer compensativen Verengerung der Mundöffnung bei Frauen und Kindern, indem er die Allgemeingültigkeit der Articulationsform postulirt[1]). Ich habe[2]) aus der hier wiedergegebenen Darstellung den wichtigen Lehrsatz herausgelesen, *dass eine und dieselbe Articulationsform bei verschiedenen Individuen, deren Sprechorgane nicht kongruent sind, nicht denselben Laut erzeugt, sondern dass die Einheitlichkeit eines Lautes innerhalb einer Gruppe von Individuen in der Regel* — und vor Allem wo Geschlecht und Alter verschieden sind — *nur durch Variationen in der Articulationsform erzielt werden kann.*

Gegen diese meine Deutung der Worte HELMHOLTZ' ist von LLOYD ein energischer Widerspruch erhoben worden. Dieser Gelehrte äussert sich folgendermassen[3]): „The simple fact is, that Helmholtz can only be pressed into the service of the fixed-pitch theory by assuming that he meant to say something more than he actually did say. He has said that the resonances of women's and children's vocal cavities *may* be brought to an equality with those of men by narrowing their apertures. His interpreters say that he did not mean to say *may*, but *must:* but I prefer to think, that he knew, what he meant to say".

Diese Äusserung LLOYD's beruht auf einem Missverständniss. Ebensowenig wie HELMHOLTZ gesagt hat, dass Kinder und Frauen das geringere Volumen ihrer Mundhöhle *durch stärkere Verengerung der Mundöffnung compensiren müssen*, ebensowenig habe ich ihm eine so gewagte Behauptung zugeschrieben. *Eine Compensation muss* allerdings eintreten, *wenn* der Vocalklang intact bleiben soll, aber erstens ist die gelegentliche Anwendung abweichender Klangfarben bei Kindern und Frauen nicht ausgeschlossen, und zweitens *giebt es auch andere Mittel*, die Höhe des Resonanztones zu compensiren, als gerade die Verengerung der Mundöffnung.

Gerne gebe ich zu, dass HELMHOLTZ den von mir vertheidigten Lehrsatz nirgends *direct* ausspricht. Aber weil er die Theorie aufstellt, dass die Vocale sich durch feste Resonanzhöhen auszeichnen, weil er Formeln entwickelt, aus denen hervorgeht, dass die Resonanzhöhen sich mit den absoluten Dimen-

---

[1]) W. VIETOR, *Haben die Vocale festen Resonanzhöhen?* Phonetische Studien II 62. Ich fürchte dass ich VIETOR's Auseinandersetzungen früher etwas missverstanden habe: ich habe (Ztschr. für frz. Sprache u. Litt. Bd XV² S. 164) geglaubt, dass VIETOR in den citirten Worten HELMHOLTZ' eine grobe Inconsequenz sehen wolle, was wohl nicht der Fall ist.

[2]) Zeitschrift für franz. Spr. u. Litt. Bd XV² S. 165.

[3]) Zeitschrift für franz. Spr. u. Litt. Bd XVI² S. 205.

sionen der Hohlkörper ändern, und weil er schliesslich eins der Mittel angiebt, durch welche das Steigen des Resonanztones bei kleinerem Ansatzrohr verhindert werden kann, hielt ich mich nicht für berechtigt, mich selbst für den Urheber der betreffenden Lehre auszugeben.

Der einzige, welcher HELMHOLTZ die Priotät möglicherweise streitig machen könnte, ist BRÜCKE. In den *Grundzügen der Physiologie und Systematik der Sprachlaute* S. 23 steht Folgendes:

„In Übereinstimmung damit sehen wir, dass Kinder ihre Mundöffnung beim *u* stärker verengern als Erwachsene, um bei den kleineren Dimensionen ihrer Mund-Rachenhöhle doch die nöthige Tiefe der Stimmung zu erreichen". Ich besitze leider nicht die erste Auflage des BRÜCKE'schen Werkes, möglich ist, dass diese Äusserung nach dem Erscheinen der *Lehre von den Tonempfindungen* in die zweite Auflage eingeschoben wurde [1]).

Die Gründe welche mich bestimmt haben, die Lehre von den festen Resonanzhöhen zu umfassen, sind in verschiedenen Aufsätzen mitgetheilt worden [2]), neue Beweise für ihre Richtigkeit sollen unten geliefert werden. In diesem Zusammenhang möchte ich jedenfalls einen Einwand beseitigen, den LLOYD gegen die von mir vertretenen Ansichten machte.

In der Zeitschrift für franz. Spr. und Litt. S. 205 äussert sich LLOYD folgendermassen:

„The vocal organs of a man are roughly speaking, about twice as large in each lineal dimension, as those of an infant. It is quite permissible to postulate a particular case, wherein this ratio would hold good exactly. In such a case the resonances of the cavities would always differ exactly by an Octave. On the fixed pitch theory therefore the infants vowel resonances would need to be redressed in every case by a severe contraction of the labial orifice. The formula applicable to this process may be found in Helmholtz, Appendix II or in *Phon. Stud.* III, 3, 268, and any one may convince himself therefrom, that this redressing process would require the infants orifice to be made *sixty four times smaller* in area, than is the man's orifice for any given vowel, and *sixteen times* smaller than its own relatively equal orifice. The infant *ought* therefore to be unable to sound its characteristic vowel except through an orifice resembling that of a very tight *u*, whilst *u* itself and *o* ought to be to-

---

[1]) Nachdem dies geschrieben wurde, hatte ich Gelegenheit, die erste Auflage von BRÜCKE einzusehen. Die betreffende Äusserung ist in der That dort nicht vorhanden.

[2]) Zeitschr. f. Biologie. Bd XXVII S. 1. Bd XXXI S. 524.
Zeitschr. f. franz. Spr. u. Litt. Bd XV² S. 157.

tally impossible. But the infant itself knows better, and opening its mouth to its widest, yells lustily on *a′* and *a*".

Hier zeigt es sich nun wieder, dass Lloyd, sowie von compensativer Articulation die Rede ist, immer nur an Veränderungen der Mundöffnung denkt. Wie kann Lloyd es auch nur wahrscheinlich machen, dass ein Kind jeden Vocal mit *demselben Kieferwinkel* sprechen müsste wie der Vater? Wie will er dem Kinde verbieten, durch grösseren Kieferwinkel und vielleicht auch durch abweichende Zungenarticulation einen so grossen Theil des Volumenverlustes zu compensiren, dass eine extreme Verengerung der Mundöffnung gar nicht nöthig wird?

Besonders überzeugend, und zwar zu Gunsten der Lehre von den festen Resonanzhöhen, sind einige Versuche am neuen Edison'schen Phonographen bei wechselnder Rotationsgeschwindigkeit[1]). Trotz der Einfachheit dieser Beobachtungen sind sie falsch ausgelegt und commentirt worden. In seiner Erwiderung auf meine Recension von *Speech Sounds* äussert sich Lloyd folgendermassen[2]).

„He (Pipping) tells us however (p. 162) that a transposition of a Fourth or a Fifth (such as would be produced by increasing the speed of the phonograph by one-third or one-half respectively) sufficed to make many of the vowels unrecognisable: others preserved their essential character under this ordeal, though with clearly perceptible modifications. This transposition, amounting to 5 or 7 semitones is called by Dr Pipping a *very slight* change (eine sehr kleine Veränderung)! There is evidently in these matters a difference of the widest kind between Dr Pipping and myself in our conceptions of the weight of words. I find on referring to *Speech Sounds*, that I have spoken of a similar transposition of *four* semitones as „very considerable": while to my mind it would appear that a „fixed-pitch" which is free to vary 3, 5 or 7 semitones both ways, besides having a free range of perhaps an Octave to begin with, is chiefly distinguished by its want of fixity".

Es ist recht unbequem einen Gegner zu bekämpfen, dessen Ansichten alle Augenblicke wechseln können. Lloyd hat den Satz „like articulations — like sounds" aufgestellt, er hat hervorgehoben, dass bei kleinen Kindern die linearen Dimensionen des Ansatzrohrs durchschnittlich etwa halb so gross sind, wie bei dem erwachsenen Manne, und er hat dabei ausdrücklich bemerkt, dass sol-

---

[1]) L. Hermann, *Über das Verhalten der Vocale am neuen* Edison'*schen Phonographen.* Pflüger's Archiv Bd 47 S. 42.

H. Pipping, Recension von Lloyd. Ztschr. f. frz. Spr. u. Litt. Bd XV[2] S. 162—163.

[2]) Ztschr. f. franz. Spr. und Litt. XVI[2] S. 203.

chen Differenzen der absoluten Dimensionen des Ansatzrohrs ein Tonhöhenunterschied von einer Octave entspricht. Hiernach hält Lloyd also die Höhenvariationen der Vocalresonanzen innerhalb einer Octave für irrelevant, und zwar sind die bezüglichen Passus auf der S. 205 seiner Erwiderung zu finden. S. 203—204, wo Lloyd der Thatsache gegenübersteht, dass die Transponirung um eine Quarte oder Quinte den Vocalklang bald modificirt, bald unkenntlich macht, bemerkt er, dass er die Verschiebung um vier halbe Tonstufen als „very considerable" bezeichnet habe, und fügt hinzu, dass stärkere Variationen vielleicht eine Veränderung des Vocalklangs herbeiführen können.

Gegen Lloyd's Ansicht S. 205 brauche ich mich nicht zu opponiren; der Phonograph hat diese Mühe übernommen. S. 204 ist Lloyd kein Gegner der „fixed-pitch" Theorie, obgleich er sie höchstens als eine Ergänzung seiner Intervalltheorie betrachtet. Die Vertreter der Lehre von den festen Resonanzhöhen haben immer nur gesagt, dass verschiedenen Resonanzhöhen auch verschiedene Vocale entsprechen; wie gross die Unterschiede sein müssen, um von uns wahrgenommen zu werden, ist eine secundäre Frage, von deren Entscheidung die Theorie selbst gänzlich unabhängig ist.

Zu der Lösung dieser secundären Frage glaube ich durch die eben besprochenen Versuche am Phonographen beigetragen zu haben. Lloyd hat mich aber gründlich missverstanden, wenn er sagt, dass die Tonhöhe 3, 5 oder 7 Semitöne in beiden Richtungen *frei* schwanken konnte.

Ich habe gesagt, dass die Transposition um eine Quarte oder Quinte viele Vocale unkenntlich machte, andere modificirte; nirgends wird behauptet, dass kleinere Abänderungen der Tonhöhe ohne Einfluss blieben. Es hat mich sehr überrascht, dass Lloyd, der sonst die feinsten Vocalnüancen zu unterscheiden vermag, in diesem Falle zwischen Identität und Unkenntlichkeit eine feste Grenze ziehen will. Nach einiger Überlegung wird Lloyd hoffentlich finden, dass wir von der Identität bis zur Unkenntlichkeit nur durch eine unendliche Reihe von Zwischenstufen gelangen, und dass die Anzahl *unterscheidbarer* Abstufungen am Ende nicht viel geringer ist, als die Anzahl von Semitönen, welche die Quinte vom Grundton trennen. Ich habe mit vollem Recht gesagt, dass selbst sehr kleine Abänderungen der Tonhöhe den Vocalcharakter beeinflussen.

Nicht alle Vocale sind in dieser Beziehung gleich empfindlich. Die Erklärung der scheinbaren Ausnahmen hängt mit der verschiedenen Breite der Verstärkungsgebiete zusammen, sie wurde (Ztschr. für frz. Spr. und Litt. XV[2] S. 163 und Ztschr. f. Biologie Bd XXXI S. 556) von mir gegeben. Lloyd

macht nun[1]) die Gegenbemerkung, dass ich für das höhere Resonanzgebiet nie eine grössere Breite als zwei Semitöne gefunden hätte. Wahrscheinlich hat Lloyd in der gelegentlich constatirten Verstärkung der Octave des höheren Resonanztones eine selbständige Resonanz sehen wollen; meine neuen Analysen zeigen auf den ersten Blick, wie unbegründet Lloyd's Bemerkung ist. Hinzuzufügen ist, dass die Abänderungen der Klänge wahrscheinlich besonders auffallend werden, wenn sich die schwankenden Resonanztöne Gebieten nähern, welche dem Zuhörer geläufige Vocale charakterisiren.

Ich habe die Versuche am Phonographen eingehend besprochen, weil ihre Beweiskraft mir sehr gross scheint, und die Schlussfolgerungen für die Sprachwissenschaft wichtig sind. Lloyd behauptet allerdings, dass die Lehre von den festen Resonanzhöhen nur dann feststehe, wenn es sich gezeigt hat, dass Individuen von verschiedenem Alter und Geschlecht dieselben Resonanzhöhen gebrauchen, und macht mir den Vorwurf, dass ich die für meine Frau und mich gefundene Übereinstimmung ohne Weiteres auf die ganze Menschheit ausgedehnt hätte. Gegenüber diesem Vorwurf verweise ich auf die Seite 77 meines Aufsatzes „Zur Klangfarbe der gesungenen Vocale". Oben auf der Seite steht: „Ehe die Sprachwissenschaft von Untersuchungen wie die vorliegende einen grösseren Nutzen ziehen kann, muss festgestellt werden, wie gross die individualen Differenzen im Allgemeinen sind"; und unten in der Zusammenfassung, Punkt 4: „In verschiedenen Fällen habe ich bei verschiedenen Individuen desselben Dialects so gut wie identische Aussprache eines Vocals constatiren können".

Ich glaube nicht dass Lloyd selbst sich über diesen Punkt hätte vorsichtiger ausdrücken können. Ich bin wie Lloyd der Ansicht, dass sich bei der Beobachtung verschiedener Individuen Abweichungen zeigen werden; solche Erfahrungen beziehen sich aber auf *nicht identische Vocale*. Durch die Versuche am Phonographen ist endgültig festgestellt worden, dass jede Veränderung der absoluten Tonhöhe, und zwar unter Beibehaltung aller übrigen Factoren, eine Veränderung des Vocalcharakters herbeiführt.

Wie sehr dieses wichtige Gesetz die Entwickelung der Sprache beeinflusst, und in welcher Richtung, das lässt sich noch nicht überblicken. Wahrscheinlich ist die Einwirkung eine doppelte. Einerseits wird es vorkommen, dass die compensativen Articulationen, durch welche das Kind die Resonanztiefe der Erwachsenen erreichen kann, lästig werden, so dass die treue Wiedergabe des Vocalklangs der Bequemlichkeit geopfert wird — ja es ist sogar wahrschein-

[1]) Erwiderung S. 204.

lich, dass gewisse nicht ganz kleine Abweichungen in der Aussprache unvermeidlich sind. Anderseits ist das Kind, wo es die Vocale der Erwachsenen möglichst treu wiedergiebt, genöthigt, andere articulatorische Mittel zu ergreifen. Entweder in akustischer oder in articulatorischer Hinsicht muss also die kindliche Sprache von der der Erwachsenen abweichen, wo nicht Abweichungen nach beiden Richtungen hin vorliegen. Viele von diesen Verschiedenheiten werden mit den Jahren schwinden, aber etwas muss bleiben[1]).

Zu beachten ist noch, dass selbst bei vollkommenster Compensation der Resonanzhöhe die Resonanzbreite sich leicht verändert. Wenigstens bedingt, unter sonst gleichen Umständen, eine kleinere Mundöffnung auch eine geringere Resonanzbreite, diese ist aber ausserdem von der Weichwandigkeit des Resonanzraumes abhängig. Es ist deshalb schwer zu sagen, ob die Resonanzbreite sich beim Kinde sehr viel anders verhalten muss als beim Erwachsenen; wahrscheinlich ist wohl, dass nur kongruente Ansatzröhre identische Klänge geben können.

Variationen der Resonanzbreite bei unveränderter Resonanzhöhe lassen sich auch bei einem und demselben Individuum vermittels verschiedenartiger compensativen Articulationen zu Stande bringen. Vergrösserung des Volumens unter gleichzeitiger, angemessener Erweiterung der Öffnung lässt die Resonanzhöhe unberührt, vergrössert aber die Resonanzbreite, vorausgesetzt dass sich der Weichheitsgrad der Wände nicht erheblich ändert. Verkleinerung des Volumens bei Verengerung der Öffnung kann die Resonanzbreite herabsetzen, ohne die Tonhöhe zu beeinflussen.

Es ist wahrscheinlich, dass das helle, resp. dunkle Timbre eines Vocals zum grossen Theil auf Variationen der Resonanzbreite beruhen. Dadurch erklärt es sich, dass viele Vocale nach Belieben „hell“ oder „dumpf“ gesungen werden können, ohne dass dadurch direkte Übergänge in die benachbarten Vocale zu Stande kommen[2]).

Für die Classification der Vocale sind die hier erörterten Fragen von grosser Wichtigkeit. Alle diejenigen Phonetiker, deren Systeme sich auf Beobachtungen der Zungen- und Lippenstellungen u. s. w. basiren, haben stillschweigend angenommen, dass dieselbe Articulationsform auch denselben Laut erzeugen müsse. Sowie diese nie bewiesene und in der That falsche Voraussetzung beseitigt wird, stürzen die Systeme krachend zusammen. Aus den Trümmern lässt sich natürlich vieles Werthvolle retten. Die zahlreichen Beschreibungen der Arti-

---

[1]) Vgl. Bremer, Deutsche Phonetik, Vorwort S. 16.
Pipping, Recension von Lloyd. Zeitschr. f. frz. Spr. und Litt. Bd XV[2] S. 165.

[2]) Vgl. Auerbach contra v. Qvanten, Annal. d. Physik u. Chemie. Ergzb. VIII 1878 S. 218.

culationsformen verschiedener Vocale werden, wenn sie sich auch nur auf individuale Fälle beziehen, oder im günstigsten Falle Durchschnittsverhältnisse bei erwachsenen Individuen bezeichnen, uns sehr häufig zu statten kommen. Die genetischen Systeme als solche sind auf keinen Fall aufrecht zu erhalten. Ein streng wissenschaftliches System muss von Erscheinungen wechselnder Natur absehen, es kann nur von den constanten Elementen bei der Vocalbildung ausgehen.

Constant ist bei der Erzeugung eines gegebenen Vocals *die Bildung von Hohlräumen mit bestimmten physikalischen Eigenschaften* (Resonanzhöhen und Resonanzbreiten). Analoge Vorgänge bei Zungenpfeifen lassen darauf schliessen, dass auch die Schwingungsform der Stimmbänder — wenigstens bei gesungenen und gesprochenen Vocalen — gewisse constante Eigenschaften für jeden Vocal aufzeigen. Die Verstärkung einzelner Theiltöne durch die Resonanz des Ansatzrohrs muss auf die Schwingungsform der Stimmbänder zurückwirken, so dass diejenigen Theilschwingungen bevorzugt werden, welche mit den Tönen des Ansatzrohrs am besten übereinstimmen.

Das constante Element, welches in der Schwingungsform der Stimmbänder vermuthlich zu finden ist, zeigt sich unzweideutig in den Luftvibrationen, welche die Botschaft des Mundes zum Ohre befördern. Die Sache ist allerdings nicht so zu verstehen, als würde dieselbe Vibrationsform denselben Vocal erzeugen, verschiedene Vibrationsformen wiederum verschiedene Vocale. Im Gegentheil kann, wie die Versuche am Phonographen zeigen, genau dieselbe Vibrationsform bei wechselnder Schwingungszahl durchaus verschiedene Vocale geben, und derselbe Vocal, auf verschiedene Tonhöhen gesungen, zeichnet sich durch Luftvibrationen aus, die einander sehr unähnlich sind. Dennoch ist in den erzeugten Vibrationen ein constantes Element da; dasselbe ist nur nicht direct gegeben, es lässt sich aber durch mathematische Analyse der Tonbewegung, unter gleichzeitiger Berücksichtigung der Schwingungszahl, herausfinden.

Wir berühren hier den Kernpunkt der Vocaltheorie. Wir fragen uns unwillkürlich, warum dass Ohr ähnliche Vibrationsformen auseinanderhält, warum es unähnliche in eine Gruppe zusammenführt. Um diese Frage beantworten zu können, müssen wir die Hilfsmittel herbeiziehen, welche uns die Physiologie des Ohrs liefert, und wenn wir dies thun, wird es sich zeigen, dass erst hier alle Fäden zusammenlaufen. Nur die Physiologie des Ohrs bietet uns die richtige Grundlage der Vocallehre.

Wenn ich jetzt dazu schreite, die Physiologie des Ohrs und ihre Bedeutung für die Vocalfrage zu besprechen, muss ich im Voraus um Entschul-

digung bitten, wenn ich vieles bringen werde, was strenge genommen in die Lehrbücher gehört, nicht in eine Specialabhandlung. Es scheint mir dieses Vorgehen indessen berechtigt oder gar unvermeidlich, weil die meisten Lehrbücher der Phonetik kaum ein Wort über das Ohr sagen, und ich somit bei vielen Lesern die nöthigen Vorkenntnisse nicht voraussetzen darf.

Als ich aufgefordert wurde, für die Zeitschrift f. franz. Spr. und Litt. eine Recension der Arbeiten von Lloyd zu liefern, ergriff ich mit Freude die Gelegenheit, Lloyd in seinem Kampf gegen die einseitigen Vocalsysteme zu unterstützen. Mit Recht hatte Lloyd hervorgehoben, dass aus ausschliesslich physikalischen, oder ausschliesslich genetischen Vocalanalysen nichts Erspriessliches zu erwarten sei; mit Recht hatte er sich bemüht, diese beiden Factoren bei der Vocalbildung in ihrem gegenseitigen Zusammenhang zu untersuchen. Ich sah allerdings ein, dass Lloyd nur den ersten Schritt vorwärts gethan hatte, ein Mangel war, dass die Physiologie des Ohrs gar nicht besprochen wurde. Ich habe in meiner Kritik die Verdienste Lloyd's in möglichst enthusiastischen Worten hervorgehoben, bezüglich des eben erwähnten Mangels beschränkte ich mich auf Andeutungen und Litteraturanweisungen, und bot somit Lloyd die Gelegenheit, diesen Mangel selbst zu beseitigen. Lloyd's Erwiderung zeigt, dass meine in sehr schonender Form gegebenen Rathschläge ohne Wirkung geblieben sind. Wenn ich ihn jetzt mit schärferen Waffen bekämpfen muss, ist es nicht meine Schuld.

Lloyd äussert sich folgendermassen [1]):

„I rather fear that, in attempting to define vowels according to the „regions" which they respectively excite in the *membrana basilaris*, Dr Pipping may have given to the „practical" school of phoneticians some occasion for rude merriment. They will come forward in their brutal practicality and ask whether, when they wish to teach vowels to their pupils, any means are provided for exciting the right „regions" in their pupils' heads.

But seriously, I do not think that the membrana basilaris and its structure help the claims of fixed-pitch in the slightest degree. Is there any evidence that the *membrana* is an apparatus of fixed-pitch, beginning and ending, like a seven-octave piano, on some definite note? Is there any evidence that the *membrana* is more sensitive to fixed-pitch than to relative pitch? It is a well known fact, that the most practised musicians fail to discriminate the *octave* in which some given note lies, when it is heard in isolation: but the man hardly exists who cannot discriminate correctly between a note and its Octave,

---

[1]) Zeitschrift f. frz. Spr. u. Litt. Bd XVI² S. 207.

when heard together. The keenest sensibilities, therefore, of the *membrana* are directed to the recognition, not of fixed-pitch, but of relative pitch: and on this ground also it seems probable that the delicate task of the recognition of vowels is based chiefly on the latter, rather than on the former property of the *membrana basilaris*".

Der erste Einwand LLOYD's ist sicherlich nur scherzweise gemacht worden, hat mich aber recht unangenehm berührt. Es giebt Phonetiker genug, die ihre Wissenschaft in erster Linie als eine Dienstmagd der Sprachlehrer betrachten; ich hatte wirklich nicht erwartet, dass LLOYD sich über wissenschaftliche Bestrebungen lustig machen würde, weil ihre praktische Verwerthung fern liegt.

LLOYD's Frage: „Is there any evidence, that the *membrana basilaris* is an apparatus of fixed-pitch etc." scheint mir etwas überflüssig. Ich habe in meiner Kritik Autoren genannt, aus deren Arbeiten LLOYD sich die nöthige Auskunft hätte verschaffen können; auf keinen Fall will ich mich der Beantwortung dieser Frage entziehen.

Die von HELMHOLTZ aufgestellte Hypothese, dass im Ohre eine Reihe von abgestimmten Gebilden vorhanden sei, wird hauptsächlich durch folgende Betrachtungen und Erfahrungen gestützt:

1). Wir wissen, dass unser Ohr jede periodische Bewegung in einfache Sinusschwingungen zerlegt. (OHM).

2). Wir wissen dass eine Veränderung der Vibrationsform, welche die Amplituden der einzelnen Sinusschwingungen unberührt lässt und nur ihre Phasen betrifft, von dem Ohr nicht wahrgenommen wird. (HELMHOLTZ).

3). Bei gewissen Crustaceen (Mysis), deren Gehörorgane mit dem Mikroskop direkt beobachtet werden können, hat es sich gezeigt, dass bestimmte Theile (Härchen), auf bestimmte Töne am stärksten reagiren. (HENSEN).

4). Die *membrana basilaris* ist von einer Reihe Querfasern durchzogen, die ohne Theilung für sich verlaufen und sich ziemlich leicht isoliren. Weil die Membran von der Wurzel des Schneckencanals nach der Kuppel zu sich verbreitert, werden diese Querfasern, wenn wir in der genannten Richtung fortschreiten, länger und länger. Der Zuwachs an Länge wird durch schräge Stellung der längsten Fasern begünstigt. Die Anzahl der Fasern beläuft sich auf viele Tausende. (HENSEN).

5). Die Gesetze der Elasticitätslehre berechtigen uns anzunehmen, dass die Fasern der *membrana basilaris* isolirt schwingen können, ohne dass sich die Bewegung auf die benachbarten Saiten überträgt. (HELMHOLTZ).

Schon die unter 1—2 hervorgehobenen Umstände sprechen kräftig für die Richtigkeit der HELMHOLTZ'schen Hypothese. Ein einheitliches Organ, welches die ganze Klangbewegung aufnimmt, würde ebensowenig im Stande sein, die Theiltöne eines Klanges auseinander zu halten, wie unser Auge die entsprechende Analyse der Klangcurve auszuführen vermag; dagegen könnten sich Veränderungen der Theiltonphasen einem solchen Organ leicht zu erkennen geben. Die Leistungen des Ohrs bieten nichts Überraschendes, sowie die Existenz einer Reihe von Gebilden angenommen wird, welche alle auf verschiedene Tonhöhen abgestimmt sind. Eine interessante Analogie bilden bekannte Erscheinungen am Clavier. Wenn ein Klang ertönt, werden alle diejenigen Saiten zum Mitschwingen erregt, welche mit demselben einen Theilton gemeinsam haben. Wenn wir uns nun den Bau des Claviers etwas modificirt denken, wenn wir die Saiten z. B. durch Belastung so dämpfen, dass nur ihre Grundtöne mitschwingen können, wenn wir ausserdem die Anzahl der Saiten bedeutend vermehren und mit Nervenenden verbunden denken, ist ein Apparat hergestellt, der genau dasselbe leistet, wie unser Ohr. Jeder Theilton eines Klanges wird ein besonderes Nervenende erregen, die Töne werden getrennt percipirt, und es wird uns die Möglichkeit geraubt, ihre gegenseitige Phasenverschiebung zu controliren.

Sehr erwünscht wäre es natürlich, wenn wir durch direkte Beobachtung der Vorgänge in der Schnecke diese Lehre bestätigen könnten; dies ist leider nicht möglich. Wir müssen uns also mit Analogiebeweisen aushelfen, aber wohl zu beachten ist, welche stattliche Reihe von Analogien vorliegt. Erstens die Ähnlichkeit zwischen den Leistungen des Ohrs und denen der Stufenweise abgestimmten Claviersaiten. Zweitens die durch direkte Beobachtung bewiesene Existenz abgestimmter Gebilde in den Gehörorganen von Mysis. Drittens die Ähnlichkeit zwischen den Querfasern der *membrana basilaris* und einer Reihe gespannter Saiten von zunehmender Länge.

Sehr interessant sind auch bekannte pathologische Fälle, in welchen die Empfindung für Töne innerhalb gewisser Gebiete der Tonscala verloren ging oder alterirt wurde. Ein Forscher (WITTICH) hat an sich selbst in Folge einer Entzündung des Mittelohrs die Töne der eingestrichenen Octave mit dem kranken Ohr um $\frac{1}{2}$ Ton höher als mit dem gesunden wahrgenommen. Also für *a'* hörte er *b'*, was sich sehr leicht erklärt, wenn wir annehmen, dass die früher auf *b'* abgestimmte Saite infolge der Krankheit um $\frac{1}{2}$ Ton zu tief gestimmt worden war[1]).

[1]) Vgl. HENSEN, Physiologie des Gehörs in HERMANN's Handbuch. Bd III 2 S. 125.

Schliesslich haben wir der bemerkenswerthen Stabilität der absoluten Dimensionen der *membrana basilaris* zu gedenken. Für die meisten Organe unseres Körpers sind die absoluten Dimensionen gleichgültig, solange nur die richtigen Proportionen vorhanden sind. Eine Verlängerung abgestimmter Gehörorgane würde aber eine höchst unzweckmässige Verschiebung unserer Tonempfindungen mit sich führen. Dasselbe Nervenende, welches in der Kindheit durch den Ton *c* erregt wurde, müsste in späteren Jahren, vermöge der Verlängerung des mit ihm verbundenen abgestimmten Gebildes, auf tiefere Töne reagiren. Von solchen Verschiebungen der Toneindrücke ist nichts zu spüren. Ein Tonstück, welches in *C*-dur geschrieben wurde, klingt immer in dieser Tonart am besten, ob wir es nun als Kinder oder als Erwachsene spielen. Constante absolute Dimensionen sind also Eigenschaften, welche den supponirten abgestimmten Theilen im Ohr mit grosser Wahrscheinlichkeit zugeschrieben werden können. Nach Hensen's Untersuchungen scheint es in der That, dass die Fasern der *membrana basilaris* schon bei dem neugebornen Kinde ihre definitive Länge erreicht haben.

Dass die besprochene Hypothese gar keine Schwierigkeiten böte, soll keineswegs behauptet werden, sie ist von keinem Physiologen als vollständig bewiesen betrachtet worden. Die Indizien zu Gunsten derselben sind indessen so stark, unsere ganze Kenntniss von der Thätigkeit des Ohrs so eng mit ihr verknüpft, dass ein Autor, welcher es versucht *„Speech-Sounds: their Nature and Causation“* zu behandeln, ohne in die Einseitigkeit seiner Vorgänger zu verfallen, zu dieser Hypothese Stellung nehmen muss. Wenn er sie durch keine bessere zu ersetzen vermag, muss er zeigen, wie sich seine Ansichten über die Natur der Sprachlaute mit ihr vereinbaren lassen.

Ohne auf die Frage einzugehen, inwiefern die Lloyd'sche Lehre durch Berücksichtigung der Physiologie des Ohrs gestützt oder geschwächt werden könnte, habe ich in meiner Recension gezeigt, wie schön sich die Lehre von den festen Resonanzhöhen und Resonanzbreiten dieser Hypothese anschmiegt. Als Merkmal eines Vocals ergab sich dabei *die Erregung von Membranfasern innerhalb Gebieten bestimmter Anzahl, Lage und Breite*, und zwar bleibt dieses Merkmal bestehen, ob der Vocal durch die menschlichen Sprachwerkzeuge hervorgebracht wird, oder auf künstlichem Wege.

Lloyd sucht nun in seiner Erwiderung geltend zu machen, dass unser Ohr relative Tonhöhen sicherer schätze als absolute, und findet deshalb die Intervalle mehr geeignet Vocale zu charakterisiren, als die absoluten Tonhöhen.

Lloyd gründet seine Ansicht über die relative Feinheit der verschiedenartigen Empfindungen des Ohrs auf der Beobachtung, dass sogar geübte Musiker

sich bei isolirten Tönen um die Octave irren, während der ungeübteste Mensch sagen kann, welcher von zwei Tönen die höhere Octave ist, welcher die tiefere.

Richtig ist, dass wir sehr genau unterscheiden können, ob von zwei Tönen der eine oder der andere höher ist, aber die LLOYD'sche Vocaltheorie muthet unserem Ohr eine ganz andere Aufgabe zu. Um LLOYD'sche Vocale zu erkennen, müsste es die *Grösse* des Intervalls sicher schätzen können, und diese Fähigkeit fehlt.

Um jedem Missverständniss vorzubeugen, will ich gleich bemerken, dass ich die Unterscheidung der Intervalle zwischen *Klängen* keineswegs in Abrede stellen will. Diese Unterscheidung beruht auf Coincidenzen resp. Nicht-Coincidenzen der verschiedenen Theiltöne. Anders verhält es sich mit der Abschätzung von Intervallen zwischen einfachen Tönen; sie ist bekanntlich äussert unsicher. Über die einfachen Töne der gedackten weiten Orgelpfeifen erzählt uns HELMHOLTZ[1]) Folgendes:

„Sie sind an und für sich sehr weich, sehr sanft, in der Tiefe dumpf, in der Höhe aber durchaus wohlklingend. Zu harmonischer Musik sind sie aber, wenigstens für unser modernes musikalisches Gefühl, gänzlich ungeeignet. Wir haben auseinandergesetzt, dass für dergleichen einfache Töne nur die engen Intervalle der Secunden eine durch Schwebungen charakterisirte Dissonanz geben. Unreine Octaven und die der Octave benachbarten dissonanten Intervalle, Septimen und Nonen, geben Schwebungen des ersten Combinationstones, welche doch schon verhältnissmässig schwach sind im Vergleich mit denen, welche Obertöne hervorbringen. Die Schwebungen der verstimmten Quinten und Quarten sind vollends nur noch unter den günstigsten Bedingungen zu hören. Im Allgemeinen unterscheidet sich deshalb der Eindruck dissonanter Intervalle, mit Ausnahme der Secunden, nur sehr wenig von dem der Consonanzen, und die Folge davon ist, dass die Harmonie allen Charakter und *der Hörer das sichere Gefühl für den Unterschied der Intervalle verliert*".

Wenn wir nun bedenken dass die charakteristischen Töne eines Vocalklangs eben *Töne* sind, keine Klänge, scheinen die dazwischenliegenden Intervalle sehr wenig geeignet, den Vocalklang zu charakterisiren.

Hier ist noch einer Erscheinung zu erwähnen, welche sehr kräftig gegen LLOYD's Vocallehre spricht. Wo der Grundton in der Nähe des unteren Verstärkungsgebietes liegt, beschränkt sich die Verstärkung in der Regel auf einen oder zwei Theiltöne, weil die untersten Theiltöne sehr weit auseinander liegen. In diesen Fällen ist die absolute Höhe des stärksten Tones im unteren Gebiete

---

[1]) Tonempf. S. 337.

sehr starken Schwankungen unterworfen. Wenn nun das Intervall zwischen zwei Tönen das charakteristische Merkmal des Vocals abgäbe, müsste dabei die Lage des stärksten Theiltones im höheren Gebiete entsprechend geändert werden, wenn der Vocal sich nicht in einen anderen verwandeln soll. Dagegen, wenn die absoluten Tonhöhen den Vocalklang bedingen, muss die Höhe des oberen Gebietes auch unter diesen Umständen constant bleiben, damit der Vocal wenigstens an dem einen Resonanzton sicher zu erkennen sei. Die Analysen zeigen deutlich dass keine Accommodation des höheren Tones mit Rücksicht auf die Lage des tieferen stattfindet. Ich wähle als Beispiel meine Analysen des schwedischen *u*. Die Schwingungszahlen der beiden stärksten Theiltöne verhalten sich zu einander bald wie $^2/_7$ bald wie $^1/_3$, $^1/_4$, $^1/_5$ oder gar $^1/_6$. Von einem constanten Intervall kann hier also kaum die Rede sein. Anderseits ist bei verschiedenen Vocalen oft dasselbe Intervall zwischen den stärksten Tönen vorhanden. Bei *ö* finden sich ebenso gut wie beim *u* die Intervalle $^1/_3$, $^1/_4$, $^1/_5$ und $^1/_6$. Aus meiner Tabelle über die Resonanzhöhen und Resonanzbreiten[1]) geht hervor, dass zwischen den beiden Grundresonanzen des *ø* und des *ä* genau dasselbe Intervall liegt. Die „radical ratio" hat also für die Charakteristik der Vocale durchaus nicht die Bedeutung, welche LLOYD ihr zuschreibt, und die Lehre von den festen Resonanzhöhen hat wieder einmal den Sieg davongetragen.

Ich schreite jetzt dazu, eine Reihe von Vocalanalysen mitzutheilen. Näheres über die Herstellung, Ausmessung und Zerlegung der Vocalcurven habe ich in der Zeitschrift für Biologie mitgetheilt[2]). Um nutzlose Wiederholungen zu vermeiden, erlaube ich mir in der folgenden Darstellung an die betreffenden Aufsätze direkt anzuknüpfen, indem ich ihren Inhalt als bekant voraussetze.

Die Formel für die Berechnung der Constante $a_{\frac{n}{2}}$ (n = eine gerade Zahl) wurde (*Zur Klangf. d. ges. Voc.* S. 26) nicht gegeben. Dass mir die Formel

$$a_{\frac{n}{2}} = \frac{1}{n}(y_0 - y_1 + y_2 - y_3 \cdots\cdots + y_{n-2} - y_{n-1})$$

nicht unbekannt war, zeigt meine Correction zu der entsprechenden Formel bei LAHR (S. 10) und die Hinweisung auf die von JENKIN und EWING benützte

[1]) Zeitschrift für Biologie. Bd XXXI S. 583.

[2]) Zur Klangfarbe der gesungenen Vocale. Bd XXVII S. 1.
Zur Lehre von den Vocalklängen. Bd XXXI S. 524.

Formel (S. 26). Bei den früheren Analysen wurde diese Constante nie berechnet; wenn ich es jetzt in der Regel gethan habe, geschah es nur, damit ich das Maximum angeben könnte, welches die als nicht significativ betrachteten Constanten erreichen. Bei der Berechnung reeller Partialschwingungen nützt uns die betreffende Formel wenig. Die Constante $a_{\frac{n}{2}}$ giebt uns ein Minimum für $p_{\frac{n}{2}}$ (p immer positiv). Exact is der Werth nur wenn die y_0-Ordinate die betreffende Partialwelle bei 90^0 oder 270^0 schneidet. Dies geht aus der Gleichung

$$a = p \sin v$$

unmittelbar hervor.

Zu der Berechnung des mittleren Beobachtungsfehlers mittels der Methode der kleinsten Quadrate (*Z. Kl. d. ges. Voc.* S. 26—27) habe ich folgende Bemerkungen hinzuzufügen.

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\Sigma\delta^2_\mu}{n-m}}$$

bezeichnet zunächst die mittlere Abweichung zwischen den gemessenen und den berechneten Ordinaten. Aber ε hat zugleich eine andere Bedeutung, oder als Maass des mittleren Beobachtungsfehlers. *Wenn von den significativen Constanten eine oder mehrere vernachlässigt werden, ist ε wahrscheinlich grösser als der mittlere Fehler; wenn alle significativen Constanten Berücksichtigung finden, giebt uns ε wahrscheinlich den richtigen Werth des mittleren Fehlers, und zwar auch für den Fall, dass unter den berücksichtigten Constanten sich welche befinden, deren wahrer Werth = 0 ist.* Dieser Satz, dessen Begründung Herr Dr. Ernst Lindelöf freundlichst übernommen hat [1]), ist für uns sehr wichtig. Erstens wissen wir also, dass, *wo die Rechnung auch unterbrochen wird, das gefundene ε einen Werth hat, der entweder wahrscheinlich grösser ist als der mittlere Fehler oder auch wahrscheinlich mit ihm übereinstimmt.* Nur muss man sich hüten, die Zahl $n-m$ zu klein werden zu lassen, damit der Spielraum des Zufalls beschränkt wird. Zweitens finden wir, dass, nachdem die letzte significative Constante berechnet worden ist, ε einen Werth erreicht haben muss, der wahrscheinlich kleiner ist als alle vorhergehende Werthe, und von dem sich die nachfolgenden ε (bis auf die allerletzten) wahrscheinlich nicht erheblich unterscheiden werden. Umgekehrt können wir also sagen, *dass die Anzahl der significativen Constanten erschöpft ist, wenn ε einen*

[1]) Siehe Anhang.

Werth erreicht hat, der kleiner ist als alle vorhergehenden Werthe, und von dem sich die folgenden nur wenig unterscheiden[1]). *Dieses* ε *ist zugleich der mittlere Beobachtungsfehler.*

Um dem Leser ein anschauliches Bild davon zu geben, wie sich die Grenze zwischen den significativen und den nicht significativen Constanten ziehen lässt, will ich für ein Wellenpaar (Curve III 70) die vollständige Reihe von Amplituden geben und daneben die verschiedenen Werthe für ε ($\varepsilon_i = \varepsilon$ nach Berechnung von i Theiltönen.

Welle 1		Welle 42	
	$\varepsilon_0 = 36.7$		$\varepsilon_0 = 38.1$
$p_1 = 4.3$	$\varepsilon_1 = 37.4$	$p_1 = 2.8$	$\varepsilon_1 = 38.9$
$p_2 = 26.3$	$\varepsilon_2 = 32.8$	$p_2 = 28.0$	$\varepsilon_2 = 33.8$
$p_3 = 41.2$	$\varepsilon_3 = 11.7$	$p_3 = 42.3$	$\varepsilon_3 = 12.2$
$p_4 = 13.8$	$\varepsilon_4 = 5.2$	$p_4 = 14.7$	$\varepsilon_4 = 4.9$
$p_5 = 6.5$	$\varepsilon_5 = 1.3$	$p_5 = 6.0$	$\varepsilon_5 = 1.5$
$p_6 = 1.3$	$\varepsilon_6 = 0.8$	$p_6 = 1.2$	$\varepsilon_6 = 1.2$
$p_7 = 0.3$	$\varepsilon_7 = 0.7$	$p_7 = 0.8$	$\varepsilon_7 = 1.0$
$p_8 = 0.3$	$\varepsilon_8 = 0.7$	$p_8 = 0.5$	$\varepsilon_8 = 0.9$
$p_9 = 0.2$	$\varepsilon_9 = 0.7$	$p_9 = 0.4$	$\varepsilon_9 = 0.9$
$p_{10} = 0.0$	$\varepsilon_{10} = 0.8$	$p_{10} = 0.3$	$\varepsilon_{10} = 0.9$
$p_{11} = 0.4$	$\varepsilon_{11} = 0.7$	$p_{11} = 0.2$	$\varepsilon_{11} = 0.9$
$p_{12} = 0.0$	$\varepsilon_{12} = 0.7$	$p_{12} = 0.4$	$\varepsilon_{12} = 0.8$
$p_{13} = 0.0$	$\varepsilon_{13} = 0.8$	$p_{13} = 0.2$	$\varepsilon_{13} = 0.8$
$p_{14} = 0.2$	$\varepsilon_{14} = 0.8$	$p_{14} = 0.0$	$\varepsilon_{14} = 0.9$
$p_{15} = 0.2$	$\varepsilon_{15} = 0.8$	$p_{15} = 0.4$	$\varepsilon_{15} = 0.8$
$p_{16} = 0.0$	$\varepsilon_{16} = 0.8$	$p_{16} = 0.2$	$\varepsilon_{16} = 0.8$
$p_{17} = 0.2$	$\varepsilon_{17} = 0.8$	$p_{17} = 0.2$	$\varepsilon_{17} = 0.8$
$p_{18} = 0.0$	$\varepsilon_{18} = 0.9$	$p_{18} = 0.2$	$\varepsilon_{18} = 0.9$
$p_{19} = 0.0$	$\varepsilon_{19} = 1.0$	$p_{19} = 0.0$	$\varepsilon_{19} = 0.9$
$p_{20} = 0.3$	$\varepsilon_{20} = 1.0$	$p_{20} = 0.4$	$\varepsilon_{20} = 0.8$
$p_{21} = 0.0$	$\varepsilon_{21} = 1.2$	$p_{21} = 0.2$	$\varepsilon_{21} = 0.8$
$p_{22} = 0.3$	$\varepsilon_{22} = 1.3$	$p_{22} = 0.2$	$\varepsilon_{22} = 0.8$
$p_{23} = 0.0$	$\varepsilon_{23} = 2.2$	$p_{23} = 0.3$	$\varepsilon_{23} = 0.0$
$p_{24} = 0.3$	$\varepsilon_{24} = 0/0$	$p_{24} = 0.0$	$\varepsilon_{24} = 0/0$

[1]) Ich habe früher (Zur Klgf d. ges. Voc. S. 27) gesagt, man müsse so viele Constanten berechnen, dass ε seinen kleinsten Werth erhält. Diese Regel, welche nur mir zuzuschreiben ist, nicht meinen Rathgebern, ist offenbar zu kategorisch.

HERMANN's Behauptung*) dass der kleinste Werth für ε erst nach Berechnung aller Constanten erreicht sei, indem ε dabei formell $0/0$, thatsächlich aber 0 werde, ist nicht unbedingt zu billigen. Sie ist richtig, wenn von ε als der mittleren Abweichung zwischen den berechneten und den gemessenen Ordinaten gesprochen wird. Der mittlere Fehler ε — und nur von diesem hatte ich gesprochen — ist nach Berechnung aller Constanten formell $0/0$ und thatsächlich *unbestimmt*, weil die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate aufhört, sobald die Anzahl berechneter Constanten der Anzahl von Bestimmungen gleichkommt.

*) L. HERMANN, Bemerkungen zur Vocalfrage. Pflügers Archiv Bd 48 S. 185—186.

Ähnlich wie in diesem Falle wurde bei den meisten Analysen gesungener Vocale die Feststellung der Grenze dadurch erleichtert, dass ich zwei oder mehrere Wellen derselben Curve analysirte.

Ich habe früher die $\Sigma\delta_\mu^2$ durch die Gleichung

$$\sum_{\mu=0}^{\mu=n-1}\delta^2\mu = \sum_{\mu=0}^{\mu=n-1} y^2\mu - \frac{n}{2}\left(2a_0^2 + a_1^2 + b_1^2 + \cdots a^2_{\frac{m-1}{2}} + b^2_{\frac{m-1}{2}}\right)$$

$m =$ die Anzahl der berücksichtigten Constanten

berechnet. Dieses Verfahren ist indessen etwas unpraktisch, weil die Quadrate der grossen significativen Constanten ungenau sind, wenn nicht sehr viele Stellen für a und b berechnet werden. Da

$$\sum_{\mu=0}^{\mu=n-1} y^2\mu = \frac{n}{2}\left(2a_0^2 + a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2 + \cdots a_{\frac{n-2}{2}}^2 + b_{\frac{n-2}{2}}^2 + 2a^2_{\frac{n}{2}}\right)$$

lässt sich die Summe der Fehlerquadrate ebenso richtig und mit grösserer Genauigkeit durch folgende Gleichung ermitteln:

$$\sum_{\mu=0}^{\mu=n-1}\delta^2\mu = \frac{n}{2}\left(2a_{\frac{n}{2}}^2 + a^2_{\frac{n-2}{2}} + b^2_{\frac{n-2}{2}} + a^2_{\frac{n-4}{2}} + b^2_{\frac{n-4}{2}} + \cdots a^2_{\frac{m+1}{2}} + b^2_{\frac{m+1}{2}}\right)$$

Um diese Formel benützen zu können, muss man allerdings alle Constanten berechnet haben. Bei der Rechenmethode, welche in den meisten Fällen benützt wurde, erhält man die letzten Constanten ohne besondere Mühe, sobald $\frac{n}{4}$ Theiltöne berechnet worden sind. Bei einigen Curven, deren Constanten nach einer mühevolleren Methode berechnet wurden, kam die erste Formel für $\Sigma\delta_\mu^2$ zur Anwendung.

Den Tabellen über die berechneten Constanten füge ich den wahrscheinlichen Fehler der Partialamplituden $\left(Rp = r_y\sqrt{\frac{2}{n}}\right)$ bei. und zwar sind diese wahrscheinlichen Fehler, wie die Amplituden selbst, auf Procentzahlen der Amplitudensumme umgerechnet worden. Über den mittleren Fehler der Ordinatenmessungen (ε), in der Messungseinheit ausgedrückt, gebe ich eine besondere Tabelle (II), damit ersichtlich wird, innerhalb welcher Grenzen der Fehler bei jeder Messungsmethode schwankte.

Die wahrscheinlichen Fehler der Phasen habe ich diesmal nicht für jede Curve und jeden Theilton berechnet. Ich gebe statt dessen eine kleine Tabelle über diese Fehler, wie sie sich für die Amplituden 1—10 gestalten wo $Rp = 0.1 - 0,5$. Mit Hülfe dieser Tabelle lässt sich der Fehler der Phase für jeden besonderen Fall sehr leicht ausrechnen, da er dem Rp direct proportional ist, und der Amplitude umgekehrt proportional.

Amplitude =	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$Rp = 0.1$	6°	3°	2°	1°	1°	1°	1°	1°	1°	1°
„ = 0.2	11°	6°	4°	3°	2°	2°	2°	1°	1°	1°
„ = 0.3	17°	9°	6°	4°	3°	3°	2°	2°	2°	2°
„ = 0.4	23°	11°	8°	6°	5°	4°	3°	3°	3°	2°
„ = 0.5	29°	14°	10°	7°	6°	5°	4°	4°	3°	3°

Einige der analysirten Curven sind, wie ich schon anderswo [1]) mitgetheilt habe, von dem Stimmgabelton (1000 V. D.) des Sprachzeichners beeinflusst worden. Theiltöne, welche mir besonders verdächtig schienen, habe ich in Klammern eingeschlossen. Die zahlreichen Analysen der Serie III sind von diesem schädlichen Einfluss vollständig frei, da bei der Herstellung derselben die Stimmgabel abgenommen worden war, und die Tonhöhe des hineingesungenen Klanges vermittels in weiter Entfernung vom Apparat ertönenender Stimmgabeln festgestellt wurde.

In der Reihenfolge von Theiltönen habe ich nie welche übersprungen, obgleich manche von den tieferen Theiltönen, ebenso gut wie die höchsten, ohne jede reelle Bedeutung sein können. Die Überlegung ob einer dieser Theiltöne in die Rechnung aufgenommen werden sollte oder nicht, schien mir die reine Zeitverschwendung, da weder der mittlere Fehler, noch die Procentzahlen der übrigen Theiltöne von dem Resultat dieser Überlegung merklich beeinflusst werden konnten. Von den gesungenen Vocalen *e*, *i* und *y* theile ich sämmtliche Amplituden mit, weil ich bei den kleinen Amplituden der für diese Vocale charakteristischen, hohen Theiltöne, dem Leser ein selbständiges Urtheil über die Berechtigung meiner Schlussfolgerungen zu ermöglichen wünsche. Ausserdem gebe ich bei diesen Vocalen die Durchschnittswerthe für die Amplituden beider Wellen. Aus diesen Durchschnittswerthen ergiebt sich vielleicht am besten die Realität bezw. Nicht-Realität der Theiltöne, indem Töne, die

[1]) Zur Lehre von den Vocalklängen. Ztschr. f. Biol. Bd XXXI. S. 547—548.

wirklich vorhanden sind, in beiden Wellen einigermassen stark vertreten sind, während durch Messungsfehler entstandene Partialwellen in der einen Welle auftauchen können, in der anderen dagegen fehlen. Wichtig ist natürlich auch der Vergleich mit Curven, in denen die höchsten verstärkten Theiltöne so grosse Amplituden haben, dass ihre Realität auf keinen Fall bezweifelt werden kann. Wenn bei anderen Curven in genau derselben Tongegend schwach markirte Verstärkungen an den Tag treten, dürfen sie nicht vernachlässigt werden, während ganz vereinzelt auftretende Erhöhungen der Amplituden nicht zu berücksichtigen sind, bis Wiederholungen der Erscheinung vorliegen. In dem Aufsatz *Zur Lehre von den Vocalklängen* sind Durchschnittswerthe der Amplituden überall gegeben worden, wo wenigstens zwei Wellen gemessen worden waren. Diese Durchschnittswerthe wurden auch noch auf physikalische Intensitäten umgerechnet.

Bei den Analysen von Doppelwellen entsprechen die *geradzahligen* Theiltöne der gewöhnlichen Reihe.

Die Summe der in dem Aufsatze *Zur Lehre von den Vocalklängen* mitgetheilten Amplituden ist überall =100 gesetzt worden, die übrigen sind, wo sie überhaupt mitgetheilt werden, mit kleinsten Typen gedruckt. Amplituden und Phasen besonders wichtiger Theiltöne sind durch fetten Druck hervorgehoben worden. Die Höhe derjenigen Theiltöne, welche sich in der Nähe der maximalen Resonanz befinden, wird in einer Nebencolumme angegeben.

(*Hierher gehörige Tabellen I und II siehe unten.*)

Die ausführliche Besprechung der einzelnen Curven im Bezug auf die in jedem besonderen Fall vorhandenen Resonanzhöhen und Resonanzbreiten findet sich in meinem Aufsatz *Zur Lehre von den Vocalklängen*, S. 558—572 und braucht hier nicht wiederholt zu werden. Als Abschluss des genannten Aufsatzes gebe ich eine Tabelle über die durchschnittlichen Resonanzhöhen und Resonanzbreiten. In dieser Tabelle sind die Vocale nach dem Alphabet geordnet, ohne Rücksicht auf ihre Klangverwandtschaft. Es lassen sich aber in letzterer Hinsicht sehr interessante Reihen aufstellen. Ich möchte hier auf die Classification der von mir analysirten Vocale und die Art ihrer Erzeugung etwas näher eingehen. Ich brauche wohl nicht zu sagen, dass ich die unten beschriebenen Articulationsformen keineswegs als allgemeingültig betrachte. Andere Individuen können oder müssen ihre Vocale anders articuliren als ich; eins muss jedenfalls bleiben: die Abstimmung der im Ansatzrohr gebildeten Hohlräume. Ob die Quelle der Resonanz immer an der Stelle zu suchen ist, wo ich sie gesucht habe, scheint mir zweifelhaft. Die Beschreibung der Articula-

tionsformen ist nur ein Versuch, den Zusammenhang zwischen der Erzeugungsweise der Vocale und der Klangfarbe aufzuzeigen; durch Experimente mit künstlichen Ansatzröhren werden sich meine Vermuthungen vielleicht controliren lassen. Die Berechnung der Schwingungszahl der Resonanztöne mit Hülfe von Ausmessungen der Dimensionen der Resonanzräume scheint mir ebenso schwierig, wie sie erwünscht ist. Selbst wenn es gelänge, die richtigen Maasse zu finden, giebt es keine Formel für die Berechnung der Resonanzhöhe, die sich auf das unregelmässig geformte Ansatzrohr direct beziehen liesse.

Erste Grundreihe O—Å—A.

O und *å* sind die einzigen Vocale bei denen sich das Vorhandensein wenigstens zweier Verstärkungsgebiete nicht hat aufzeigen lassen. Dies beruht wahrscheinlich darauf, dass die Töne des vorderen und die des hinteren Resonanzraumes so wenig weit auseinander liegen, dass die Verstärkungsgebiete zusammenfliessen. Was zunächst den Vocal *o* betrifft, sprechen folgende Umstände für die Ansicht, dass zwei sehr nahe aneinander liegende Resonanztöne vorhanden sind.

1) Beim Hervorbringen des *o* theile ich durch Hebung des Zungenrückens gegen den Gaumen (etwa an der Grenze zwischen *velum palati* und *palatum durum)* das Ansatzrohr in zwei Räume, die nur durch eine enge Passage mit einander verbunden sind.

2) Der Vergleich' mit *e*, *i*, *y*, *u*, *ö* (siehe unten) lässt für den hinteren Raum auf ein breites Verstärkungsgebiet schliessen, dessen Centrum sich in der eingestrichenen Octave befindet. Die Breite des Resonanzgebietes ist offenbar dadurch bedingt, dass der betreffende Hohlraum von lauter Weichtheilen begrenzt ist, u. a. vom dem dünnen Gaumensegel.

3) Der Resonanzton des vorderen Mundraumes muss ebenfalls sehr tief sein. Durch recht grossen Kieferwinkel, Senkung und Zurückziehung der Vorderzunge wird für grosses Volumen desselben gesorgt und dazu ist die Mundöffnung äusserst eng. Der betreffende Ton muss etwas, aber nicht viel unterhalb a^1 liegen, denn wenn ich den Mund für *o* einstelle und eine a^1-Gabel vor der Öffnung schwingen lasse, giebt sie schwache Resonanz, eine unbedeutende Vergrösserung der Öffung genügt aber, um lautes Mittönen hervorzurufen. Die Resonanzbreite muss, wie bei der engen Mundöffnung und der Begrenzung durch verschiedene feste Theile (harten Gaumen, Zähne, Ober-und Unterkiefer) zu erwarten war, recht gering sein, sonst würde die Stärke des Mitschwingens von kleinen Variationen der Abstimmung nicht so abhängig sein.

Beim *å* lässt schon die trotz relativ enger Mundöffnung sehr grosse Breite des Mitschwingens auf zwei ohne bestimmte Grenze in einander übergehende Verstärkungsgebiete schliessen. Auch habe ich durch Vorsetzen einer Stimmgabel und durch Anblasen der Mundhöhle mit einem Püster festgestellt, dass der Resonanzton vorne im Ansatzrohr höher liegt, als das Centrum des auf phonautographischem Wege gefundenen Gesammtgebietes. Beim Übergang vom *o* zum *å* wird durch Senkung des Zungenrückens die Öffnung des hinteren Resonanzraumes vergrössert, eine Veränderung, die, wenn alle übrigen Umstände sich gleich bleiben, eine Erhöhung des Resonanztones und eine Erweiterung des Resonanzbereiches herbeiführen muss. Die physikalischen Eigenschaften des vorderen Mundraumes werden in derselben Richtung umgestaltet. Die beim *o* stark zurückgezogene Vorderzunge erschlafft, schiebt sich etwas mehr nach vorne und füllt dabei einen Theil des vorderen Resonanzraumes aus, so dass der Ton etwas in die Höhe getrieben wird, und durch Vergrösserung der Lippenöffnung wird diese Wirkung erhöht.

Nach diesen Vorgängen zu urtheilen werden bei Übergang vom *o* zum *å* beide Resonanztöne steigen, die Resonanzbreiten zunehmen, und die beiden Resonanztöne etwas auseinandergehen, indem der höhere etwas rascher steigen dürfte als der tiefere. Eine genaue Bestätigung dieser Vermuthungen lässt sich an der Hand der Analysen nicht finden, weil beide Verstärkungsgebiete zusammenfliessen, und weil so tiefgestimmte Vocale wie *o* und *å* nur an tiefen Bassstimmen sicher geprüft werden können. Unzweifelhaft scheint doch, dass beim Übergang *o-å* das Gesammtgebiet an Breite zunimmt, und der Schwerpunkt dieses Gesammtgebietes in die Höhe steigt. Ich bitte folgende Curven mit einander zu vergleichen:

III 106 O. 256 V. D.

	Ampl.	Int.
I	47.2	18.3
II	49.7	81.0
III	3.1	0.7

III 72 Å. 256 V. D.

	Ampl.	Int.
I	8.4	3.3
II	62.5	73.1
III	22.7	21.7
IV	3.9	1.1
V	2.5	0.7

III 107 O. 340 V. D.

	Ampl.	Int.
I	83.9	87.1
II	16.1	12.8

III 73 Å. 340 V. D.

	Ampl.	Int.
I	50.3	21.4
II	48.1	78.4
III	1.6	0.2

III 108 O. 370 V. D.

	Ampl.	Int.
I	83.3	87.4
II	15.8	12.6
III	0.9	0.1

I 69 Å. 376 V. D.

	Ampl.	Int.
I	33.6	8.8
II	49.8	77.2
III	[7.7]	[4.2]
IV	[8.9]	[9.9]

In einigen *å*-Curven der Serie I treten allerdings im Anfang der eingestrichenen Octave starke Theiltöne auf, die dazu geeignet scheinen, die Lage des tieferen Tones und den Schwerpunkt des Gesammtgebietes etwas herabzudrücken. Über die Ursache dieser Erscheinung kann ich höchstens Vermuthungen aussprechen, sie scheint jedenfalls kein constantes Merkmal des *å* zu bilden.

Wenn wir vom *å* zum *a* fortschreiten, finden folgende Veränderungen der Articulation statt. Die Hebung des Zungenrückens wird bedeutend reducirt, die Zurückziehung der Vorderzunge und die Lippenrundung hört auf. Dadurch werden die beim Übergang vom *o* zum *å* beginnenden Vorgänge noch weiter geführt, die Resonanzhöhen beider Räume steigen, und zwar die des vorderen rascher, so dass die beiden Gipfel auseinandergehen. Infolge der geringen Zungenhebung und der weiten Mundöffnung sind beide Gebiete breit, weshalb beide Resonanzbereiche in ein sehr ausgedehntes Verstärkungsgebiet zusammenfliessen.

Obgleich ich der Bequemlichkeit wegen von den Resonanztönen des vorderen und denen des hinteren Raumes spreche, habe ich nicht übersehen, dass die beiden Räume im Bezug auf ihre Abstimmung keineswegs von einander unabhängig sind, indem besonders die Gestaltung des vorderen Raumes den Ton des hinteren beeinflusst. LLOYD hat mit Rücksicht hierauf den Ton des hinteren Raumes als den des ganzen Ansatzrohrs bezeichnet. Mir scheint diese Benennung unpraktisch, weil ich es für möglich halte, dass, wo die Einschnürung zwischen beiden Räumen nicht sehr eng ist, das ganze Ansatzrohr einen dritten Ton geben könnte [1]). Interessant ist, dass die Vocale *a*, *ä* und *ø*, welche sich vor den übrigen Vocalen durch geringe Einschnürung auszeichnen, alle eine schwache Erhöhung der Amplituden unterhalb der beiden Hauptgebiete zeigen (in der eingestrichenen Octave). Ich habe bei der Charakterisirung der Vocale von dieser dritten Verstärkung, welche bei Umrechnung auf Intensitäten fast verschwindet, in früheren Aufsätzen ganz abgesehen, sie

[1]) BREMER giebt für die meisten Vocale drei Resonanztöne, einen für den hinteren, einen für den vorderen Raum, und schliesslich einen für das ganze Ansatzrohr.

wird jedenfalls zu der „vollen“ Klangfarbe dieser Vocale beitragen, indem sie die Breite des Mitschwingens ausdehnt.

Zweite Grundreihe Ä—E—I.

Beim Übergang vom *a* zu zum *ä* senkt sich der hintere Theil des Zungenrückens, und die ganze Zunge wird etwas nach vorne geschoben. Der hintere Resonanzraum gewinnt also an Volumen, und da die Einschnürung ausserdem durch Hebung der Zunge etwas vor deren Mitte enger gemacht wird als beim *a*, sinkt der Ton des hinteren Raumes etwas, aber nicht viel, denn die übermässige Lippenöffnung, durch welche der Ton des vorderen Gebietes erhöht wird, wirkt den genannten Einflüssen entgegen.

Die beschriebene Bewegung der Zunge bringt auch einen Volumenverlust des vorderen Resonanzraumes mit sich, so dass die Erhöhung seines Tones eine doppelte Ursache hat.

Beim *ä* ist durch Steigen des höheren Tones, durch Sinken des tieferen (von der *a*-Lage aus gerechnet) das Intervall zwischen beiden so gross geworden, dass *die Gebiete*, trotz ihrer Breite, *durch eine Kluft getrennt werden.* Diese Kluft erweitert sich bei *e* und *i* noch mehr. Bei diesen Vocalen presst sich der Zungensaum an die Backzähne; die Rinne, welche sich dabei zwischen Zunge und Gaumen bildet, wird mit jeder Stufe enger. Der Ton des hinteren Raumes sinkt in folge der Verengerung seiner Mündung immer tiefer. Vorne im Munde bilden sich zwei Resonanzgebiete mit hoher Abstimmung, (bei *i* höher als bei *e*). Wie dies zugeht, ist in Anbetracht der unregelmässigen Form des Ansatzrohrs schwer zu sagen. Infolge der Wölbung des Gaumendaches scheint der Raum zwischen ihm und der ihm überall genäherten Zunge beinahe die Form eines platten, gekrümmten Rohres anzunehmen; der längere Theil hinter der Krümmung giebt wohl einen tieferen Ton als der kürzere Theil vor derselben. Die Breite des Mitschwingens nimmt, wenigstens im vorderen Theile des Ansatzrohrs mit jeder Stufe der Reihe ab. Die Öffnung zwischen Zunge und Gaumen wird immer enger, und die Wände, welche diese Räume begrenzen, sind zum grossen Theil recht fest (harter Gaumen und straff gehaltene Zunge). Die Lippenöffnung wird nur insofern kleiner, als der Kieferwinkel abnimmt, Lippenrundung tritt nicht ein, im Gegentheil werden die Mundwinkel bei allen Vocalen der Reihe auseinandergezogen, am meisten wohl beim *i*.

*Dritte Grundreihe (I)—Y—U—*ɯ (deutsches U).

Ob beim Übergang *i—y* der eine von den vorderen Resonanzräumen schwindet, oder ob durch die Lippenrundung der vorderste Raum soviel tiefer gestimmt wird, dass er mit dem mittleren einigermassen in Einklang gebracht wird, ist schwierig zu entscheiden [1]). Jedenfalls wird die Breite des Mitschwingens durch die Lippenrundung herabgesetzt.

Bei *y—u*—ɯ rückt der Punkt stärkster Enge immer weiter nach hinten, und der Zungensaum trennt sich mehr und mehr von den Backzähnen. Dadurch gewinnt der vordere Mundraum an Volumen und seine Abstimmung sinkt. Alle diese Vocale werden im Gegensatz zum *i* mit Lippenrundung gebildet. Diese, combinirt mit der Enge zwischen Zungenrücken und Gaumen, bewirkt eine tiefe Abstimmung des hinteren Raumes, und zwar bleibt sein Ton in der ganzen Reihe i—y—u—ɯ so gut wie constant.

Nebenreihe Y—Ö—Ø—Λ.

Die Resonanzbreite des vorderen Raumes wird infolge der zunehmenden Öffnung mit jeder Stufe grösser. Die Erhöhung des Tones, welche vergrösserte Mündung ceteris paribus mit sich führt, wird hier durch starke Zunahme an Volumen übercompensirt, so dass der Ton des vorderen Raumes allmählich sinkt. Die Vergrösserung des Volumens wird durch Senkung der Vorderzunge und Rückwärtsschieben der Einschnürung bewirkt. Der hintere Raum wird dabei entsprechend verkleinert, und da die Einschnürung sich ausserdem erweitert, steigt der Ton dieses Raumes.

Nebenreihe Å—O—Ä.

In dieser Reihe wächst ebenfalls sowohl die Lippenöffnung als die Querschnittfläche der Einschnürung, aber die Lage der Einschnürung bewegt sich hier vorwärts, nicht rückwärts. Die Höhe beider Resonanztöne steigt, und auch die Gesammtbreite, wenn wir das dritte Gebiet des *o* und des *ä* mitrechnen. Wenn der höhere Resonanzton beim *å*, wie ich vermuthe, ziemlich eng begrenzt ist, nimmt die Breite des höheren Gebietes auf alle Fälle zu.

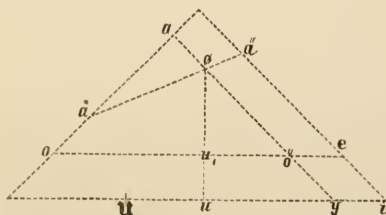
Der tiefere Resonanzton beim *u* ist etwas variabel; wenn ich das *u* mit dem Resonanzton d^1 als *u* bezeichne. das mit dem Resonanzton f^1 als u_1, lies-

[1]) In mehreren *y*-Curven zeigten sich zwei isolirte, hohe Töne.

sen sich vielleicht noch ein paar andere Nebenreihen aufstellen, wie u—u_1—$ø$ und o—u_1—$ö$—e. In der ersten steigt der tiefere Ton, während der höhere ziemlich constant bleibt, in der letzteren verändert sich der tiefere Ton wenig oder gar nicht, während der höhere steigt.

u passt besser als u_1 in die Grundreihe i—y—u—u.

Wie ungezwungen sich diese Reihen aufstellen lassen, geht am besten aus den Tafeln I und II hervor. Wir müssen uns die Tafel I so umgeknickt denken, dass sie die Seitenflächen eines dreikantigen Prisma bildet. Eine Kante wird vom *i* gebildet, eine liegt zwischen *a* und *ä*, eine zwischen *o* und u. Die Nebenreihen denken wir uns auf vertikale Schnittflächen des Prisma gezeichnet. Im Horizontalschnitt angesehen würde dieses Prisma folgende Gestalt annehmen.



Die Ecke links unten ist der Platz eines idealen Vocals, der bei vollständigem Einklang[1]) beider Resonanztöne sich durch möglichst tiefe Abstimmung auszeichnet. Die Abstimmung des vorderen Resonanzraumes steigt mit jeder Stufe in der Richtung von links nach rechts und culminirt also an der Ecke rechts unten. Der Resonanzton des hinteren Raumes bleibt in den Horizontalreihen so gut wie unverändert, er steigt in den schrägen Reihen und in der Verticalreihe mit der Entfernung von der Basis des Dreiecks. Bei dem idealen Eckvocal zwischen *a* und *ä* scheinen sich die beiden Verstärkungsbereiche eben zu tangiren; beim *a* fliessen sie noch zusammen, beim *ä* haben sie sich schon getrennt. Ausserdem wird sich der Vocal an der Spitze des Dreiecks durch grösste Resonanzbreite (des vorderen Mundraumes) auszeichnen müssen.

Die Resonanzbreite des hinteren Raumes ist sehr schwierig festzustellen, wenn mann keine sehr tiefe Bassstimme zur Verfügung hat. So viel dürfte jedenfalls sicher sein, dass sie wegen der Dünnheit des Gaumensegels bei keinem Vocal sehr gering sein kann.

---

[1]) Vgl Lloyd, Vowel Sound. Liverpool 1890 S. 181. Meine Gegenbemerkung in der Recension (Zeitsch. f. franz. Spr. u. Litt. XV². S. 164), fällt weg.

Herr Professor Hensen hat mich darauf aufmerksam gemacht, dass die hohen Theiltöne des *i* ziemlich an der Grenze der sicheren Tonhöhenunterscheidung liegen, sodass noch höhere Töne nicht sehr geeignet scheinen, Vocalklänge zu charakterisiren. Vielleicht ist es auch kein Zufall, dass die hohen *i*-Töne sich über eine Tongegend (die untere Hälfte der viergestrichenen Octave) ausbreiten, innerhalb welcher der *Resonanzton des Gehörgangs* zu liegen pflegt. Helmholtz [1]) fand für sein rechtes Ohr den Resonanzton c^4, für sein linkes f^4; Hensen [2]) findet rechts d^4, links a^4; bei einer Frau hat Hensen die Abstimmung des Gehörgangs auf f^4 (rechts) resp. g^4 (links) festgestellt.

Die Ähnlichkeit zwischen dem hier aufgestellten Vocalsystem und dem bekannten Vocaldreieck von Hellwag [3]) fällt gleich auf. Hellwag's Dreieck hatte folgendes Aussehen:

u		*ü*		*i*
o		*ö*		*e*
	â		*ä*	
		a		

Hellwag's Hoffnung, dass sich die verschiedenen Vocale einmal nach streng mathematischen Gesetzen als Punkte einer Fläche würden darstellen lassen, die Diphthongen als Linien [4]), ist beinahe in Erfüllung gegangen. Wenn sich die Vocale durch zwei isolirte Töne charakterisiren liessen, wäre die Lösung sehr einfach, in diesem Falle könnte man durch die Abscisse die Höhe des einen Tones angeben, durch die Ordinate die des anderen. Die constanten Töne der Vocale würden sich dabei durch Punkte bezeichnen lassen, die veränderlichen Töne der Diphthongen durch Linien. In Wirklichkeit liegen die Verhältnisse etwas verwickelter; wir haben manchmal drei Resonanztöne, und auch die Breite der Verstärkung muss Berücksichtigung finden [5]). Es wird daher die

---

[1]) Helmholtz Tonempfindungen S. 187.

[2]) Hensen Physiologie des Gehörs S. 26.

[3]) Hellwag. De formatione loquelae 1781. Neudruck von Vietor Heilbronn 1886. S. 41.

[4]) Loc. cit. S. 41 „Nonne sic omnes, quas umquam edidit humana lingua, vocales ac diphthongi quasi mathematice secundum gradus poterunt determinari?“

S. 52 „Ex schemate graduum quod supra dedi, natura eorum definiri meo potest judicio: si scalae istae ascendentes et transversae tamquam species continui eum lineis comparentur, et gradus singuli, quorum infinitus est numerus, cum punctis, exinde *idea emergit cujusdam plani, cujus singula puncta totidem vocales simplices determinant, lineae autem ascendentes et transversae, forsan quoque obliquae, breves et rectae, forsan etiam longae et curvae a quovis puncto ad quodvis punctum tendentes mathematice diphthongos determinant tendentes ab unius puncti vocali ad vocalem alterius puncti.*

[5]) Die Bedeutung der Resonanzbreite darf nicht übersehen werden. Ebenso wie die Berührung der Haut mit einer Nadel anders wirkt als die mit einer Platte, so muss auch die Erregung *einer*

von mir vorgeschlagene Anordnung, unter Benutzung der Seiten- und Schnittflächen eines Prisma, zweckmässiger sein. Indessen, wenn wir von dem mittleren Resonanzton bei *e* und *i* absehen, wenn wir das Centrum der zusammengesetzten Gebiete bei *o*, *å* und *a* als den gemeinschaftlichen Gipfel der beiden Einzelgebiete betrachten, und wenn wir schliesslich von der Verstärkungsbreite absehen, um den Platz eines jeden Vocals im Systeme mit Hülfe zweier Coordinaten ganz mechanisch zu bestimmen, erhalten wir im grossen und ganzen dasselbe Dreieck, welches die horizontale Schnittfläche des Prisma bildete. Nach diesen Principien ist die Tafel III hergestellt worden.

Meine Ansichten über die Natur der *gesungenen* Vocale möchte ich folgendermassen zusammenfassen:

1) Die Vocale werden durch die Erregung von Fasern der *membrana basilaris* innerhalb Gebieten bestimmter Anzahl, Breite und Lage charakterisirt.

2) Diese Erregung wird durch periodische Vibrationen (der Luftmolekel) zu Stande gebracht. Von den harmonischen Theilschwingungen, in welche wir diese periodischen Vibrationen zu zerlegen haben, sind diejenigen die stärksten, welche dem Centrum einer charakteristischen Tongegend am nächsten kommen. Töne welche ausserhalb dieser Gebiete liegen, sind sehr schwach, auch wenn sie von niedriger Ordnungszahl sind.

3) Die Articulationsform muss mit den Dimensionen des Ansatzrohres wechseln, wenn der Vocalklang sich möglichst wenig verändern soll. Identisch können zwei Vocale nicht sein, wenn nicht die im Ansatzrohr gebildeten Hohlräume dieselben Resonanzhöhen und Resonanzbreiten haben.

4) Künstliche Vocale brauchen mit den menschlichen und unter sich keine Ähnlichkeit in der *Erzeugungsweise* zu haben, wenn nur die resultirenden Luftvibrationen die nöthigen Eigenschaften zeigen.

Die den *gesprochenen* Vocalen entsprechenden Luftvibrationen sind nicht strenge periodisch; der Mangel an Regelmässigkeit scheint vor allem von dem Wechsel der Tonhöhe abzuhängen[1]), indem die Unregelmässigkeiten am grössten sind, wo der Tonhöhenwechsel sehr schroff ist, während die einzelnen Wellen bei einigermassen constanter Tonhöhe wenig von einander abweichen. Dies ist aus den Tabellen über die Analysen gesprochener Vocale unmittelbar ersichtlich. Den Schwankungen der Tonhöhe ist die grössere Deutlichkeit der ge-

---

Membranfaser von der einer breiten Strecke der Membran sich deutlich unterscheiden. Die *Resonanzbreite* darf mit der *Schwankungsbreite der Tonhöhe maximaler Resonanz* nicht verwechselt werden.

[1]) Vgl. William Martens. Über das Verhalten von Vocalen und Diphthongen in gesprochenen Worten. Ztschrift für Biologie 1889 Bd 25, vor allem die Bemerkung von Hensen S. 290.

sprochenen Vocale zuzuschreiben. Infolge derselben können alle oder doch die meisten Fasern der *membrana basilaris* innerhalb der für den Vocal charakteristischen Gebiete der Reihe nach zum Mitschwingen gebracht werden, während bei den gesungenen nur eine geringe Anzahl von Fasern vibrirt; ja wenn der Gesang sich in sehr hohen Tonlagen bewegt, können sogar ganze Verstärkungsgebiete wegfallen. Dazu kommt bei den gesprochenen Vocalen die intermittirende Reizung der mit den charakteristischen Fasern verbundenen Nervenenden [1]).

Ausserdem werden bei den gesprochenen Vocalen die hohen Theiltöne besser zur Geltung kommen, indem die Stimmbänder nach HELMHOLTZ' Vermuthung [2]) beim Sprechen als aufschlagende Zungen gestellt werden.

Die Schallwellen der *geflüsterten* Vocale sind noch nicht untersucht worden; ihre Unregelmässigkeit macht die Analyse sehr schwierig.

Meinem Freunde Herrn Dr ERNST LINDELÖF bin ich für den hinzugefügten Anhang und für viele gute Rathschläge zu lebhaftem Dank verpflichtet.

[1]) Vgl MARTENS loc. cit. S. 297.
[2]) Tonempf. S. 170.

Tabelle I.

D = Durchschnitt.
Mx = Maximum.
p_n ist immer kleiner als Mx.
2

Gesungene Vocale.

A.

N:o III 90. 128 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 25. Ampl.	Welle 25. Phas.
I	4.4	+ 175°	4.5	− 139°
II	6.5	− 30°	5.2	− 60°
III	2.0	− 43°	3.5	− 16°
IV	1.8	+ 33°	3.5	+ 27°
V	4.2	+ 69°	4.6	+ 71°
VI g^2 −	**13.2**	**+ 55°**	**15.2**	**+ 65°**
VII a^2 +	**12.1**	**− 48°**	**11.6**	**− 29°**
VIII h^2 +	**20.3**	**± 0°**	**21.4**	**± 0°**
IX d^3 −	**18.3**	**− 57°**	**17.1**	**− 57°**
X dis^3 +	**8.7**	**− 50°**	**8.9**	**− 35°**
XI	4.5	− 126°	2.2	− 119°
XII	4.0	− 103°	2.3	− 100°

Welle 1: $p_{13} - p_{23}$ $\begin{cases} D = 0.6 \\ Mx = 1.3 \end{cases}$ — Welle 25: $p_{13} - p_{23}$ $\begin{cases} D = 0.5 \\ Mx = 1.4 \end{cases}$

Rp[1]) = 0.3 — $Rp = 0.3$

N:o III 91. 144 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 27. Ampl.	Welle 27. Phas.
I	2.8	− 21°	1.6	− 137°
II	5.8	+ 15°	4.4	+ 21°
III	4.4	+ 17°	3.7	+ 15°
IV	4.0	+ 56°	4.9	+ 69°
V f^2 +	**10.7**	**+ 80°**	**10.6**	**+ 82°**
VI a^2 −	**25.8**	**+ 22°**	**27.7**	**+ 22°**
VII h^2 +	**15.2**	**+ 61°**	**14.8**	**+ 64°**
VIII d^3 −	**21.5**	**± 0°**	**21.4**	**± 0°**
IX	3.0	+ 21°	2.8	− 25°
X	4.9	− 54°	5.6	− 65°
XI	1.9	− 38°	2.4	− 18°

Welle 1: $p_{12} - p_{23}$ $\begin{cases} D = 0.5 \\ Mx = 1.1 \end{cases}$ — Welle 27: $p_{12} - p_{23}$ $\begin{cases} D = 0.7 \\ Mx = 1.1 \end{cases}$

$Rp = 0.3$ — $Rp = 0.3$

---

[1]) Siehe S. 21.

N:o III 92. 160 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 36.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	4.7	− 23°	3.8	− 6°
II	6.5	± 0°	6.4	− 7°
III	3.5	+ 28°	3.6	+ 15°
IV	6.3	+ 66°	5.7	+ 61°
V g^2+	**16.9**	**+ 61°**	**16.8**	**+ 60°**
VI ais^2+	**16.4**	**− 8°**	**16.8**	**− 11°**
VII cis^3	**21.2**	**± 0°**	**21.9**	**± 0°**
VIII dis^3+	**14.5**	**− 94°**	**15.3**	**− 97°**
IX	5.9	− 82°	5.9	− 85°
X	2.6	− 116°	2.9	− 109°
XI	1.6	− 171°	1.0	− 159°

Welle 1: $p_{12}-p_{23}\begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 0.7 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

Welle 36: $p_{12}-p_{23}\begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.8 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

N:o III 96. 256 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 44.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	8.6	− 72°	7.0	− 74°
II	7.7	+ 27°	7.5	+ 31°
III g^2-	**19.5**	**+ 67°**	**19.6**	**+ 66°**
IV h^2+	**24.0**	**+ 1°**	**26.9**	**+ 0°**
V dis^3+	**27.4**	**± 0°**	**26.5**	**± 0°**
VI	6.2	+ 12°	6.3	+ 10°
VII	1.5	− 16°	1.5	− 9°
VIII	1.5	− 61°	1.6	− 41°
IX d^4-	**2.7**	**− 62°**	**2.5**	**− 51°**
X	0.9	− 43°	0.6	− 21°

Welle 1: $p_{11}-p_{23}\begin{cases} D = 0.1 \\ Mx = 0.4 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Welle 44: $p_{11}-p_{23}\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.3 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

N:o III 98. 412 V. D. A. P.

	Welle 1.		Welle 101.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	14.4	+ 114°	13.9	+ 104°
II gis^2-	**23.7**	**+ 1°**	**24.0**	**+ 22°**
III dis^3-	**56.6**	**± 0°**	**57.3**	**± 0°**
IV	2.5	− 137°	3.2	− 123°
V	1.0	− 131°	1.1	+ 134°
VI	1.8	− 159°	0.5	+ 111°

Welle 1: $p_7-p_{11}\begin{cases} D = 1.1 \\ Mx = 1.8 \end{cases}$ $Rp = 0.5$

Welle 101: $p_7-p_{11}\begin{cases} D = 0.9 \\ Mx = 1.3 \end{cases}$ $Rp = 0.5$

E.

N:o III 80. 160 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 17.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
I	8.9	− 89°	10.9	− 91°	9.9
II dis^1+	**61.9**	**− 42°**	**60.9**	**− 40°**	**61.4**
III ais^1+	**9.5**	**+ 164°**	**7.2**	**+ 174°**	**8.3**
IV	2.0	− 132°	2.5	− 104°	2.2
V	0.6	+ 142°	1.1	+ 5°	0.9
VI	1.5	− 60°	0.4	− 17°	1.0
VII	1.8	+ 50°	0.3	+ 10°	1.1
VIII dis^3+	**2.1**	**+ 43°**	**2.5**	**+ 37°**	**2.3**
IX f^3+	**2.7**	**± 0°**	**3.7**	**+ 23°**	**3.2**
X g^3+	**3.0**	**± 0°**	**3.2**	**± 0°**	**3.1**
XI	0.5	− 30°	2.2	− 15°	1.3
XII	1.4	− 100°	1.3	+ 51°	1.4
XIII	1.6	+ 143°	1.2	+ 142°	1.4
XIV cis^4+	**2.5**	**+ 99°**	**2.5**	**+ 108°**	**2.5**
XV	0.8		1.3		1.0
XVI	1.5		1.6		1.5
XVII	3.1		1.3		2.2
XVIII	1.2		1.3		1.3
XIX	1.9		1.6		1.7
XX	1.5		1.3		1.4
XXI	1.2		1.6		1.4
XXII	0.0		0.0		0.0
XXIII	0.8		1.3		1.1
XXIV	0.0		0.6		0.3

Rp = 0.7 *Rp* = 0.6

N:o III 81. 192 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 32.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
I g −	**20.9**	**− 33°**	**21.5**	**− 35°**	**21.2**
II g^1 −	**66.7**	**− 40°**	**68.1**	**− 33°**	**67.4**
III	1.1	− 51°	0.8	− 23°	0.9
IV	0.9	+ 74°	0.8	+ 156°	0.8
V	1.5	− 129°	0.7	− 136°	1.1
VI	1.0	− 52°	1.4	− 49°	1.2
VII e^3 +	**2.4**	**± 0°**	**2.0**	**± 0°**	**2.2**
VIII g^3 −	**2.6**	**+ 29°**	**2.5**	**+ 14°**	**2.6**
IX a^3 −	1.0	− 2°	0.7	+ 11°	0.8
X	0.2	+ 163°	0.1	+ 97°	0.1
XI c^4	**1.1**	**− 111°**	**0.8**	**− 99°**	**0.9**
XII	0.6	− 130°	0.6	− 17°	0.6
XIII	0.0		0.0		0.0
XIV	0.6		0.4		0.5
XV	0.6		0.6		0 6
XVI	0.0		0.0		0.0
XII	0.4		0.0		0.2
XVIII	1.0		0.8		0.9
XIX	0.4		0.0		0.2
XX	0.6		0.4		0.5
XXI	0.4		0.0		0.2
XXII	0.6		0.4		0.5
XXIII	0.0		0.4		0.2
XXIV	0.0		0.2		0.1

Rp = 0.2 *Rp* = 0.2

N:o III 82. 259 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 74.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
I c^1 −	**49.1**	**− 68°**	**47.9**	**− 79°**	**48.5**
II c^2 −	**19.7**	**− 153°**	**19.1**	**− 160°**	**19.4**
III	1.2	− 121°	2.9	− 62°	2.0
IV	2.9	+ 4°	2.7	+ 20°	2.8
V e^3 −	**8.4**	**+ 57°**	**7.8**	**+ 33°**	**8.1**

N:o III 83. 370 V. D. A. P.

	Welle 1.		Welle 119.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
I fis^1 −	**90.1**	**− 16°**	**87.9**	**− 24°**	**89.0**
II	2.1	+ 20°	4.3	+ 26°	3.2
III	2.5	− 7°	2.2	− 5°	2.4
IV fis^3 −	**3.5**	**± 0°**	**3.2**	**± 0°**	**3.4**
V	0.9	+ 61°	1.2	+ 87°	1.0

	Welle 1.		Welle 74.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
VI g^3 —	**11.3**	**+ 0°**	**12.5**	**+ 0°**	**11.9**
VII	1.5	+ 33°	0.8	+ 1°	1.2
VIII c^4 —	**5.9**	**+ 61°**	**6.2**	**+ 68°**	**6.1**
IX	0.0		0.9		0.5
X	0.9		0.0		0.4
XI	0.9		0.9		0.9
XII	1.8		1.4		1.6
XIII	0.9		0.9		0.9
XIV	0.0		0.0		0.0
XV	0.0		0.9		0.5
XVI	0.0		0.0		0.0
XVII	0.0		0.0		0.0
XVIII	0.0		0.0		0 0
XIX	0.9		0.0		0.4
XX	0.0		0.9		0.5
XXI	0.9		0.0		0.4
XXII	0.0		0.9		0.5
XXIII	0.0		0.0		0 0
XXIV	0.0		0.0		0.0
	$Rp = 0.3$		$Rp = 0.3$		

	Welle 1.		Welle 119.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
VI *cis*[4] —	**0.9**	**+ 90°**	**1.2**	**+ 94°**	**1.0**
VII	0.0		1.2		0.6
VIII	1.1		0.0		0.5
IX	0.0		0.0		0.0
X	0.0		0.7		0.4
XI	0.0		0.7		0.3
XII	0.0		0.7		0.4
XIII	0.0		0.7		0.3
XIV	0.0		0.0		0.0
XV	0.0		0.0		0.0
XVI	0.0		0.7		0.4
XVII	0.9		0.0		0.4
XVIII	0.0		1.0		0.5
XIX	0.0		0.0		0.0
XX	0.0		0.7		0.4
XXI	0.0		0.7		0.3
XXII	0.0		0.0		0.0
XXIII	0.0		0.0		0.0
XXIV	0.3		0.0		0.1
	$Rp = 0.2$		$Rp = 0.3$		

N:o III 84. 436 V. D. A. P.

	Welle 1.		Welle 98.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
I a^1 —	**85.6**	**— 7°**	**86.4**	**— 4°**	**86.0**
II	3.4	+ 106°	3.8	+ 99°	3.6
III e^3 —	**6.4**	**± 0°**	**6.5**	**± 0°**	**6.5**
IV	1.5	+ 31°	1.2	+ 7°	1.4
V	0.6	— 97°	0.7	— 96°	0.6
VI e^4 —	**1.3**	**— 11°**	**0.8**	**+ 2°**	**1.0**
VII	1.2	— 154°	0.6	— 134°	0.9
VIII	0.0		0.6		0.3
IX	0.0		0.0		0.0
X	0.0		0.0		0.0
XI	0.0		0.4		0.2
XII	0.0		0.4		0.2
XIII	0.0		0.0		0.0
XIV	0.5		0.0		0.3
XV	0.0		0.4		0 2
XVI	0.0		0.0		0.0
XVII	0.0		0.0		0.0
XVIII	0.0		0.0		0.0

	Welle 1.		Welle 98.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
XIX	0.0		0.0		0.0
XX	0.0		0.0		0.0
XXI	0.0		0.0		0.0
XXII	0.0		0,0		0.0
XXIII	0.0		0.0		0.0
XXIV	0.0		0.0		0.0

$Rp = 0.1$ $Rp = 0.1$

I.

N:o 24. 261 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 16.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
I c^1 −	**66.1**	**+ 1°**	**68.7**	**+ 1°**	**67.4**
II	5.3	− 27°	3.5	− 17°	4.4
III	1.2	+ 163°	1.2	+ 139°	1.2
IV	0.8	− 37°	0.9	− 17°	0.9
V	1.7	+ 51°	1.3	+ 46°	1.5
VI	0.8	− 166°	1.6	+ 176°	1.2
VII	1.2	− 65°	1.6	− 59°	1.4
VIII c^4 −	**7.5**	**+ 26°**	**6.5**	**+ 19°**	**7.0**
IX d^4 −	**11.1**	**± 0°**	**9.3**	**± 0°**	**10.2**
X	0.4	+ 121°	0.8	+ 166°	0.6
XI f^4 +	**1.1**	**− 116°**	**1.7**	**− 78°**	**1.4**
XII	0.2	− 47°	0.8	− 53°	0.5
XIII	1.3	+ 57°	0.9	+ 53°	1.1
XIV	0.5	+ 62°	0.4	+ 57°	0.5
XV	0.8	− 156°	0.7	− 168°	0.8
XVI	0.0		0 6		0.3
XVII	0.0		0.6		0.3
XVIII	0.7		0.3		0.5
XIX	0.0		0.5		0.3
XX	0.0		0.0		0.0
XXI	0.0		0.3		0.2
XXII	0.7		0.6		0.6
XXIII	0.0		0.3		0.1
XXIV	0.0		0.0		0.0

$Rp = 0.2$ $Rp = 0.2$

N:o 25. 293 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 18.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
I d^1 −	**85.0**	**− 13°**	**85.9**	**− 9°**	**85.5**
II	1.6	+ 18°	1.2	+ 31°	1.4
III	1.0	− 119°	0.8	− 116°	0.9
IV	1.9	+ 37°	1.7	+ 31°	1.8
V	0.7	+ 149°	0.7	+ 89°	0.7
VI	0.8	− 64°	0.9	− 68°	0.9
VII h^3 +	**3.3**	**+ 37°**	**2.8**	**+ 27°**	**3.0**
VIII d^4 −	**3.4**	**± 0°**	**3.5**	**± 0°**	**3.4**
IX	0.2	+ 1°	0.5	− 153°	0.4
X fis^4 −	**1.4**	**− 54°**	**1.2**	**− 41°**	**1.3**
XI	0.2	− 70°	0.1	+ 155°	0.1
XII	0.2	+ 87°	0.2	− 33°	0.2
XIII	0.3	− 13°	0.5	+ 17°	0.4
XIV	0.1		0.1		0.1
XV	0.1		0.1		0.1
XVI	0.2		0.2		0.2
XVII	0.3		0.3		0.3
XVIII	0.0		0.3		0.1
XIX	0.1		0.3		0.2
XX	0.4		0.1		0.3
XXI	0.3		0.4		0.3
XXII	0.1		0.3		0.2
XXIII	0.0		0.4		0.2
XXIV	0.1		0.3		0.2

$Rp = 0.1$ $Rp = 0.1$

O.

N:o III 104. 192 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 8. Ampl.	Welle 8. Phas.
I	21.4	− 55°	19.5	− 41°
II g^1 −	**71.4**	**± 0°**	**72.3**	**± 0°**
III	7.2	− 44°	8.2	− 23°

Welle 1: $p_4 - p_{11} \begin{cases} D = 1.0 \\ Mx = 2.2 \end{cases}$ $Rp = 0.6$

Welle 8: $p_4 - p_{11} \begin{cases} D = 1.0 \\ Mx = 1.9 \end{cases}$ $Rp = 0.5$

N:o III 106. 256 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 33. Ampl.	Welle 33. Phas.
I c^1 −	**47.9**	**± 0°**	**46.5**	**± 0°**
II c^2 −	**48.6**	**+ 21°**	**50.8**	**+ 19°**
III	3.5	+ 6°	2.8	+ 24°

Welle 1: $p_4 - p_{11} \begin{cases} D = 1.6 \\ Mx = 2.8 \end{cases}$ $Rp = 0.8$

Welle 33: $p_4 - p_{11} \begin{cases} D = 0.9 \\ Mx = 2.1 \end{cases}$ $Rp = 0.5$

N:o III 107. 340 V. D. A. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 96. Ampl.	Welle 96. Phas.
I e^1 +	**83.8**	**± 0°**	**84.0**	**± 0°**
II e^2 +	**16.2**	**− 75°**	**16.0**	**− 68°**

Welle 1: $p_3 - p_{11} \begin{cases} D = 0.5 \\ Mx = 1.2 \end{cases}$ $Rp = 0.3$

Welle 96: $p_3 - p_{11} \begin{cases} D = 0.9 \\ Mx = 1.9 \end{cases}$ $Rp = 0.5$

N:o 40. 367 V. D. A. P.

	Welle 1. Ampl.	Phas.	Welle 2. Ampl.	Phas.	Welle 3. Ampl.	Phas.	Welle 4. Ampl.	Phas.	Welle 45. Ampl.	Phas.	Welle 81. Ampl.	Phas.
I *fis*^{1} −	**90.4**	**± 0°**	**88.9**	**± 0°**	**92.6**	**± 0°**	**89.9**	**± 0°**	**88.5**	**± 0°**	**92.7**	**± 0°**
II	9.7	− 130°	11.1	− 108°	7.4	− 139°	10.1	− 129°	11.5	− 126°	7.3	− 150°
	$Rp = 0.6$		$Rp = 0.7$		$Rp = 0.5$		$Rp = 0.4$		$Rp = 0.4$		$Rp = 0.3$	

N:o III 108. 370 V. D. A. P. — N:o III 109. 400 V. D. A. P.

	Welle 1. Ampl.	Phas.	Welle 88. Ampl.	Phas.		Welle 1. Ampl.	Phas.	Welle 82. Ampl.	Phas.
I *fis*[1] −	**82.8**	± 0°	**83.9**	± 0°	I g^1 +	**82.0**	+ 0°	**81.8**	± 0°
II *fis*[2] −	**16.0**	− 77°	**15.6**	− 77°	II g^2 +	**15.9**	− 52°	**15.6**	− 55°
III	1.3	− 66°	0.5	− 59°	III	2.2	− 57°	2.5	− 39°

$p_4 - p_{11}\begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 1.0 \end{cases}$ $p_4 - p_{11}\begin{cases} D = 0.5 \\ Mx = 1.2 \end{cases}$ $p_4 - p_{11}\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.8 \end{cases}$ $p_4 - p_{11}\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 1.0 \end{cases}$

$Rp = 0.2$ $Rp = 0.3$ $Rp = 0.2$ $Rp = 0.2$

U.

N:o I 44. 146 V. D. H. P. — N:o I 41. 166 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Phas.	Welle 7. Ampl.	Phas.		Welle 1. Ampl.	Phas.	Welle 31. Ampl.	Phas.
I	13.5	− 21°	10.8	− 43°	I	16.1	− 24°	15.4	− 32°
II d^1 −	**67.1**	− 8°	**68.5**	− 10°	II e^1	**57.9**	± 0°	**61.4**	± 0°
III	5.1	− 53°	5.3	− 49°	III	2.5	− 19°	2.6	− 42°
IV	0.8	+ 62°	1.5	+ 102°	IV	2.2	+ 136°	1.8	− 169°
V	0.7	+ 7°	1.4	+ 109°	V	0.8	+ 172°	0.7	+ 105°
VI	2.4	− 71°	2.1	− 78°	VI	2.5	+ 118°	2.9	+ 88°
VII	[4.4	+ 104°	4.4	+ 86°]	VII d^3 −	**10.0**	+ 108°	**8.2**	+ 100°
VIII d^3 −	**4.3**	± 0°	**4.3**	± 0°	VIII e^3	**5.8**	+ 76°	**5.1**	+ 76°
IX	1.6	+ 25°	1.6	+ 4°	IX	1.4	+ 34°	0.8	+ 76°
X	1.1	+ 54°	0.8	+ 19°	X	0.8	− 52°	1.2	− 169°
XI	0.7	+ 63°	0.9	+ 65°	XI	0.8	− 79°	0.7	− 163°

$p_{11} - p_{23}\begin{cases} D = 0.1 \\ Mx = 0.2 \end{cases}$ $p_{12} - p_{23}\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.6 \end{cases}$ $p_{12} - p_{23}\begin{cases} D = 0.1 \\ Mx = 0.3 \end{cases}$ $p_{12} - p_{23}\begin{cases} D = 0.1 \\ Mx = 0.4 \end{cases}$

$Rp = 0.1$ $Rp = 0.4$ $Rp = 0.1$ $Rp = 0.1$

N:o I 42. 211 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 22.		Welle 27.		Welle 32.		Welle 37.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I *gis*	**66.3**	+ 2⁰	**66.0**	+ 3⁰	**65.2**	+ 9⁰	**65.3**	− 7⁰	**66.2**	− 1⁰
II *gis*¹	**14.9**	− 49⁰	**14.6**	− 51⁰	**15.4**	− 54⁰	**14.7**	− 49⁰	**12.5**	− 52⁰
III	1.9	+ 147⁰	2.8	+ 152⁰	1.3	+ 146⁰	1.1	+ 68⁰	2.2	+ 137⁰
IV	1.9	− 45⁰	0.7	− 86⁰	1.5	− 75⁰	1.4	− 102⁰	1.2	− 84⁰
V	1.7	− 15⁰	0.2	+ 39⁰	1.0	+ 94⁰	1.9	+ 68⁰	2.3	+ 23⁰
VI *dis*³	**12.0**	± 0⁰	**13.1**	± 0⁰	**12.7**	± 0⁰	**13.0**	± 0⁰	**13.8**	± 0⁰
VII	1.3	− 8⁰	2.6	+ 11⁰	2.9	+ 4⁰	2.5	+ 6⁰	1.8	− 2⁰
VIII	0.5	+ 131⁰	0.8	+ 96⁰	0.8	+ 67⁰	0.7	+ 70⁰	0.7	+ 144⁰
IX	1.2	− 65⁰	0.9	− 63⁰	0.8	− 84⁰	0.8	− 169⁰	0.5	+ 91⁰
X			0.6	− 80⁰	0.5	− 63⁰				
XI					0.6	− 3⁰				
	$p_{10}-p_{23}$	$D=0.2$, $Mx=0.5$	$p_{11}-p_{23}$	$D=0.2$, $Mx=0.4$	$p_{12}-p_{23}$	$D=0.1$, $Mx=0.3$	$p_{10}-p_{23}$	$D=0.1$, $Mx=0.3$	$p_{10}-p_{23}$	$D=0.1$, $Mx=0.3$
	$Rp=0.1$		$Rp=0.1$		$Rp=0.1$		$Rp=0.1$		$Rp=0.1$	

N:o 42. 250 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 21.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I *h*	**28.1**	+ 22⁰	**26.3**	+ 19⁰
II *h*¹	**22.2**	− 72⁰	**17.8**	− 75⁰
III	6.4	+ 96⁰	4.9	+ 145⁰
IV	3.0	− 75⁰	3.3	− 106⁰
V *dis*³	**25.5**	± 0⁰	**29.5**	± 0⁰
VI *fis*³	**10.2**	− 104⁰	**11.3**	− 122⁰
VII	4.7	− 49⁰	6.8	− 41⁰
	$Rp=1.0$		$Rp=0.8$	

N:o III 75. 256 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 90.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I *h* +	**47.6**	− 15⁰	**49.1**	− 4⁰
II *h*¹+	**10.5**	+ 9⁰	**11.4**	+ 19⁰
III	2.0	− 177⁰	1.1	− 166⁰
IV	7.1	− 44⁰	8.4	− 28⁰
V *dis*³+	**28.1**	± 0⁰	**24.6**	± 0⁰
VI	4.7	+ 14⁰	5.4	− 7⁰
	p_7-p_{23}	$D=0.4$, $Mx=1.1$	p_7-p_{11}	$D=0.7$, $Mx=1.3$
	$Rp=0.3$		$Rp=0.4$	

N:o I 43. 277 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 17	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I *cis*¹	**79.5**	**+ 11°**	**80.8**	**+ 14°**
II	2.5	− 134°	2.5	− 138°
III	0.9	− 132°	0.5	− 160°
IV *cis*³	**13.9**	**± 0°**	**13.1**	**± 0°**
V	2.6	+ 88°	2.9	+ 88°
VI	0.5	− 108°	0.2	− 113°
VII	0.3	+ 136°	0.4	− 163°
VIII	0.3	− 40°	0.5	− 60°
IX	0.2	− 104°	0.4	− 117°
X	0.2	+ 153°	0.2	− 138°

Welle 1: $p_{11}-p_{23}\begin{cases} D = 0.1 \\ Mx = 0.1 \end{cases}$ $Rp = 0.0$

Welle 17: $p_{11}-p_{23}\begin{cases} D = 0.1 \\ Mx = 0.1 \end{cases}$ $Rp = 0.0$

N:o I 38 279 V. D. A. P.

	Welle 1.		Welle 2.		Wellen 6 u. 7.		Wellen 10 u. 11.		Wellen 21 u. 22.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
					3.1	− 13°	2.6	− 165°	1.4	+ 24°
I *cis*¹	**89.2**	**± 0°**	**85.1**	**+ 0°**	**90.6**	**± 0°**	**91.1**	**+ 0°**	**90.8**	**+ 0°**
					0.5	+ 170°	0.3	+ 153°	0.8	− 177°
II	0.9	+ 119°	2.3	+ 157°	1.7	+ 105°	2.5	+ 120°	1.8	+ 127°
					2.2	+ 17°	2.1	− 134°	2.2	− 12°
III	1.4	+ 114°	4.8	+ 24°	1.8	+ 35°	0.7	+ 49°	1.3	+ 26°
					2.8	+ 38°	2.8	− 174°	2.3	− 26°
IV *cis*³	**5.1**	**− 122°**	**6.9**	**− 160°**	**4.0**	**− 152°**	**3.7**	**− 157°**	**4.6**	**− 154°**
					0.3	− 110°	0.2	+ 10°	0.4	− 24°
V	2.4	− 88°	0.5	+ 178°	1.7	− 114°	1.7	− 120°	1.5	− 110°
					02	− 165°	0.3	+ 102°	0.2	− 174°
VI	1.0	− 19°	0.5	− 142°	0.2	− 38°	0.3	+ 18°	0.1	+ 6°

Welle 1: $p_{7}-p_{23}\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.6 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Welle 2: $p_{7}-p_{23}\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.6 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Wellen 6 u. 7.: $p_{13}-p_{23}\begin{cases} D = 0.1 \\ Mx = 0.2 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Wellen 10 u. 11.: $p_{13}-p_{23}\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.5 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Wellen 21 u. 22.: $p_{13}-p_{23}\begin{cases} D = 0.1 \\ Mx = 0.2 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

N:o I 39. 309 V. D. A. P.

	Welle 1. Ampl.	Phas.	Wellen 5 u. 6. Ampl.	Phas.
			2.5	− 43°
I *dis*¹ −	**81.0**	**+ 16°**	**82.0**	**+ 18°**
			0.5	− 35°
II	3.6	− 87°	3.0	− 92°
			0.4	+ 7°
III	2.9	− 48°	3.3	− 44°
			2.7	+ 167°
IV *dis*³ −	**10.8**	**+ 0°**	**10.2**	**+ 0°**
			1.4	− 161°
V	0.8	+ 141°	1.0	+ 154°
			0.8	+ 173°
VI	0.9	+ 63°	0.5	+ 4°

Welle 1: $p_7 - p_{23} \begin{cases} D = 0.1 \\ Mx = 0.2 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Wellen 5 u. 6: $p_{13} - p_{23} \begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.5 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

N:o I 40. 391 V. D. A. P.

	Welle 6. Ampl.	Phas.	Wellen 1 u. 2. Ampl.	Phas.
			2.3	+ 29°
I *g*¹ −	**84.2**	**− 32°**	**84.9**	**− 30°**
			0.6	− 171°
II	6.3	+ 147°	5.0	+ 136°
			2.6	− 32°
III *d*³ −	**8.1**	**+ 0°**	**8.4**	**+ 0°**
			0.9	+ 125°
IV	1.4	+ 0°	1.7	− 18°
			0.2	− 66°
V	0.5	+ 97°	0.4	+ 151°

Welle 6: $p_6 - p_{23} \begin{cases} D = 0.1 \\ Mx = 0.2 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Wellen 1 u. 2: $p_{11} - p_{23} \begin{cases} D = 0.1 \\ Mx = 0.2 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Y.

N:o I 57. 146 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Phas.	Welle 3. Ampl.	Phas.	Durchschn. Ampl.
I	14.6	+ 15°	14.9	+ 8°	14.7
II *d*¹ −	**67.0**	**+ 0°**	**68.2**	**+ 0°**	**67.6**
III	1.8	− 2°	0.1	− 102°	1.0
IV	1.4	− 42°	2.2	− 110°	1.8
V	0.6	+ 132°	0.6	+ 156°	0.6
VI	[1.2	− 156°	1.1	+ 127°	1.1]
VII	[1.9	+ 10°	2.6	− 77°	2.3]
VIII	[2.5	+ 14°	1.0	− 48°	1.7]
IX	1.2	+ 110°	1.3	+ 170°	1.2
X	1.2	+ 166°	1 7	+ 141°	1.4
XI	1.1	− 116°	1.3	− 132°	1.2
XII	0.3	+ 18°	0.1	+ 84°	0.2
XIII	1.0	+ 126°	0.4	+ 114°	0.7

N:o I 58. 165 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Phas.	Welle 6. Ampl.	Phas.	Durchschn. Ampl.
I *e*	**30.3**	**+ 25°**	**33.4**	**+ 29°**	**31.9**
II *e*¹	**41.0**	**+ 0°**	**41.1**	**+ 0°**	**41.1**
III	1.5	+ 166°	0.9	+ 116°	1.2
IV	1.2	− 150°	0.5	− 50°	0.9
V	1.1	− 90°	1.2	+ 116°	1.1
VI	[8.9	− 56°	7.6	+ 109°	8.2]
VII	1.4	+ 102°	1.5	+ 59°	1.5
VIII	2.0	+ 178°	1.9	+ 115°	1.9
IX	2.2	− 115°	2.2	− 142°	2.2
X	0.8	− 75°	0.5	− 92°	0.6
XI	0.5	+ 118°	1.1	+ 144°	0.8
XII *h*³	**2.6**	**− 118°**	**1.8**	**− 177°**	**2.2**
XIII	0.9	− 33°	0.9	− 100°	0.9

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 3. Ampl.	Welle 3. Phas.	Durchschn. Ampl.
XIV h^3+	**1.0**	**+ 156°**	**1.1**	**− 179°**	**1.0**
XV *cis*^{4}−	**0.6**	**− 131°**	**1.3**	**+ 116°**	**1.0**
XVI	0.8	− 24°	0.5	− 44°	0.7
XVII *dis*^{4}−	**1.7**	**+ 42°**	**1.7**	**+ 31°**	**1.7**
XVIII	0.6		0.2		0.4
XIX	0.4		0.0		0.2
XX	0.2		0.0		0.1
XXI	0.1		0.1		0.1
XXII	0.4		0.3		0.3
XXIII	0.3		0.4		0.4
XXIV	0.0		0.0		0.0

Rp = 0.2 *Rp* = 0.1

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 6. Ampl.	Welle 6. Phas.	Durchschn. Ampl.
XIV d^4−	**1.9**	**+ 65°**	**2.0**	**+ 69°**	**2.0**
XV *dis*^{4}−	**3.6**	**+ 68°**	**3.4**	**+ 59°**	**3.5**
XVI	0.6		0.6		0.6
XVII	1.0		0.7		0.9
XVIII	1.0		1.1		1.0
XIX	0.7		0.0		0.3
XX	0.0		0.5		0.3
XXI	0.0		0.2		0.1
XXII	0.4		0.2		0.3
XXIII	0.4		0.2		0.3
XXIV	0.0		0.0		0.0

Rp = 0.3 *Rp* = 0.3

N:o I 59. 198 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 24. Ampl.	Welle 24. Phas.	Durchschn. Ampl.
I *g*	**70.9**	**+ 0°**	**69.9**	**± 0°**	**70.4**
II g^1	**9.6**	**− 43°**	**10.1**	**− 46°**	**9.8**
III	0.8	+ 118°	0.9	+ 135°	0.8
IV	0.4	+ 163°	1.1	+ 38°	0.8
V	[8.8	+ 58°	7.8	+ 49°	8.3]
VI	1.2	− 122°	1.2	− 118°	1.2
VII	2.1	− 87°	2.0	− 69°	2.1
VIII	0.9	− 48°	1.3	+ 23°	1.1
IX	0.9	+ 91°	1.1	+ 127°	1.0
X h^3	**2.2**	**− 155°**	**2.4**	**− 156°**	**2.3**
XI	1.0	− 108°	0.7	− 100°	0.8
XII d^4	**1.3**	**+ 7°**	**1.5**	**+ 13°**	**1.4**
XIII	0.6		0.7		0.6
XIV	0.5		0.4		0.5
XV	0.4		0.9		0.6
XVI	0.0		0.1		0.1
XVII	0.4		0.6		0.5
XVIII	0.4		0.4		0.4
XIX	0.4		0.4		0.4
XX	0.3		0.1		0.2
XXI	0.2		0.6		0.4
XXII	0.4		0.5		0.4
XXIII	0.4		0.4		0 4
XXIV	0.1		0.1		0.1

Rp = 0.2 *Rp* = 0.2

N:o I 60. 256 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 6. Ampl.	Welle 6. Phas.	Durchschn. Ampl.
I *h*+	**88.9**	**+ 0°**	**87.7**	**± 0°**	**88.3**
II	1.4	+ 103°	1.7	+ 129°	1.5
III	0.3	+ 90°	0.4	+ 55°	0.3
IV	[0.7	+ 149°	1.8	+ 41°	1.3]
V	[2,3	+ 166°	1.8	+ 167°	2.0]
VI	1.0	− 63°	1.1	− 52°	1.0
VII	1.1	+ 161°	1.4	+ 166°	1.2
VIII h^3+	**2.3**	**− 73°**	**2.3**	**− 68°**	**2.3**
IX	0.5	+ 94°	0.6	+ 111°	0.6
X *dis*^{4}+	**1.1**	**− 164°**	**0.9**	**− 154°**	**1.0**
XI	0.4	+ 7°	0.4	+ 24°	0.4
XII	0.2		0.2		0.2
XIII	0.2		0.3		0.2
XIV	0.0		0.0		0.0
XV	0.1		0.1		0.1
XVI	0.1		0.1		0.1
XVII	0.0		0,1		0.1
XVIII	0.0		0.1		0.0
XIX	0.1		0.0		0.1
XX	0.1		0.1		0.1
XXI	0.0		0,0		0.0
XXII	0.0		0.0		0.0
XXIII	0.1		0.1		0.1
XXIV	0.0		0.0		0.0

Rp = 0.0 *Rp* = 0.1

N:o I 61. 320 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 7.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
I *dis*¹+	**80.4**	± **0°**	**79.8**	+ **0°**	**80.1**
II	2.7	− 27°	3.0	− 38°	2.9
III	[5.2	+ 20°	6.4	+ 6°	5.8]
IV	[3.5	+ 78°	2.6	+ 76°	3.1]
V	1.7	− 102°	1.4	− 120°	1.5
VI *ais*³+	**3.4**	**+ 138°**	**3.8**	**+ 133°**	**3.6**
VII	0.8	− 51°	0.9	− 74°	0.8
VIII *dis*⁴+	**1.9**	**+ 54°**	**1.6**	**+ 49°**	**1.7**
IX	0.5	− 177°	0.5	+ 112°	0.5
X	0.3		0.3		0.3
XI	0.4		0.2		0.3
XII	0.1		0.0		0.0
XIII	0.2		0.1		0.2
XIV	0.1		0.1		0.1
XV	0.2		0.1		0.2
XVI	0.2		0,1		0.1
XVII	0.1		0.2		0.2
XVIII	0.2		0.1		0.1
XIX	0.2		0.1		0.1
XX	0.1		0.0		0.1
XXI	0.1		0.1		0.1
XXII	0.2		0.1		0.2
XXIII	0.1		0.2		0.1
XXIV	0.0		0.1		0.0

$Rp = 0.1$ $Rp = 0.1$

Å.

N:o I 64. 131 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 17.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	7.8	− 70°	8.7	− 72°
II *c*¹	**53.6**	± **0°**	**52.4**	+ **0°**
III *g*¹	**11.6**	+ **18°**	**12.6**	+ **18°**
IV *c*²	**16.2**	− **24°**	**14.7**	− **21°**
V	5.6	+ 35°	6.0	+ 30°
VI	5.2	− 16°	5.6	− 14°
VII	[0.9	+ 136°	1.0	+ 28°]

N:o I 65. 146 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 14.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	12.6	− 38°	14.3	− 25°
II *d*¹ −	**33.8**	+ **0°**	**35.1**	+ **0°**
III *a*¹ −	**20.8**	+ **95°**	**19.5**	+ **99°**
IV *d*² −	**14.1**	+ **75°**	**14.9**	+ **76°**
V *fis*² −	**14.1**	**+ 142°**	**12.0**	**+ 156°**
VI	4.7	+ 114°	4.2	+ 90°
VII	[1.7	+ 105°	7.1	− 122°]

	Welle 1.		Welle 17.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
VIII	[3.3	+ 55°	1.6	+ 151°]
IX	0.6	+ 109°	0.8	+ 157°
X	0.8	+ 103°		

	Welle 1.	Welle 17.
	$\rho_{11}-\rho_{23}$	$\rho_{10}-\rho_{23}$
D	= 0.2	= 0.1
Mx	= 0.4	= 0.3
Rp	= 0.1	= 0.1

	Welle 1.		Welle 14.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
VIII	0.7	— 3°	1.7	— 21°
IX	0.8	— 40°	0.7	— 7°
X	0.9	+ 100°	0.5	+ 89°

	Welle 1.	Welle 14.
	$\rho_{11}-\rho_{23}$	$\rho_{11}-\rho_{23}$
D	= 0.3	= 0.2
Mx	= 0.6	= 0.5
Rp	= 0.1	= 0.1

N:o III 70. 160 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 42.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	4.6	— 29°	2.9	— 44°
II *dis*¹ +	**28.2**	**+ 33°**	**29.5**	**+ 39°**
III *ais*¹ +	**44.2**	**+ 0°**	**44.5**	**+ 0°**
IV *dis*² +	**14.7**	**— 25°**	**15.5**	**— 24°**
V *g* +	**6.9**	**— 49°**	**6.3**	**— 47°**
VI	1.4	+ 22°	1.3	+ 30°

	Welle 1.	Welle 42.
	$\rho_7-\rho_{23}$	$\rho_7-\rho_{23}$
D	= 0.2	= 0.3
Mx	= 0.4	= 0.8
Rp	= 0.1	= 0.2

N:o I 66. 197 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 17.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I *g*	**40.7**	**± 0°**	**40.5**	**± 0°**
II *g*¹	**32.5**	**+ 62°**	**33.8**	**+ 60°**
III *d*¹	**16.5**	**+ 99°**	**17.9**	**+ 105°**
IV *g*²	**10.2**	**+ 100°**	**7.8**	**+ 104°**
V	[2.4	— 38°	5.2	— 90°]
VI	1.7	— 151°	0.1	+ 157°]
VII	1.6	+ 70°	1.8	+ 40°

	Welle 1.	Welle 17.
	$\rho_8-\rho_{23}$	$\rho_8-\rho_{23}$
D	= 0.2	= 0.3
Mx	= 0.6	= 0.5
Rp	= 0.1	= 0.2

N:o III 71. 220. V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 64.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	4.9	— 4°	3.9	— 6°
II *a*¹	**69.8**	**+ 0°**	**71.7**	**+ 0°**
III *e*²	**15.0**	**— 57°**	**15.2**	**— 54°**
IV *a*²	**7.5**	**— 70°**	**7.5**	**— 59°**
V	2.8	+ 69°	1.6	+ 67°

	Welle 1.	Welle 64.
	$\rho_6-\rho_{11}$	$\rho_6-\rho_{11}$
D	= 0.6	= 0.7
Mx	= 1.0	= 1.3
Rp	= 0.3	= 0.4

N:o I 67. 243. V. D. A. P.

	Welle 1.		Welle 34.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I *h* —	**63.5**	**± 0°**	**60.2**	**+ 0°**
II *h*¹ —	**26.7**	**+ 133°**	**26.0**	**+ 128°**
III *fis*² —	**9.8**	**+ 166°**	**13.8**	**+ 170°**
IV	[22.0	— 130°	6.9	— 107°]
V	1.6	+ 111°	5.5	+ 39°

	Welle 1.	Welle 34.
	$\rho_6-\rho_{23}$	$\rho_6-\rho_{23}$
D	= 0.3	= 0.2
Mx	= 0.6	= 0.8
Rp	= 0.1	= 0.1

N:o I 71. 243. V. D. A. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 41. Ampl.	Welle 41. Phas.
I *h*−	**63.9**	**+118°**	**58.6**	**+104°**
II *h*[1]−	**27.2**	**± 0°**	**31.7**	**± 0°**
III *fis*[2]−	**8.9**	**+148°**	**9.7**	**+148°**
IV	[18.7	− 33°	11.6	− 50°]
V	5.0]	− 105°	[5.5	− 106°]
VI	0.9	− 57°	0.3	+ 8°
VII	0.9	− 134°	0.5	− 74°

	Welle 1.	Welle 41.
$p_8 - p_{23}$ D	$=0.2$	$=0.2$
$p_8 - p_{23}$ Mx	$=0.5$	$=0.3$
Rp	$=0.1$	$=0.1$

N:o III 72. 256 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 81. Ampl.	Welle 81. Phas.
I	8.3	− 27°	8.6	− 23°
II *h*[1]+	**61.9**	**± 0°**	**63.1**	**± 0°**
III *fis*[2]+	**23.3**	**−105°**	**22.0**	**−108°**
IV	4.2	− 45°	3.6	− 42°
V	2.3	+142°	2.7	+139°

	Welle 1.	Welle 81.
$p_6 - p_{11}$ D	$=0.5$	$=0.4$
$p_6 - p_{11}$ Mx	$=0.9$	$=0.7$
Rp	$=0.3$	$=0.2$

N:o I 68. 318 V. D. A. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 28. Ampl.	Welle 28. Phas.
I *dis*[1]+	**52.1**	**− 84°**	**50.4**	**− 87°**
II *dis*[2]+	**29.8**	**± 0°**	**30.8**	**± 0°**
III *ais*[2]+	**15.7**	**− 63°**	**17.1**	**− 66°**
IV	0.8	+ 87°	0.7	+ 29°
V	1.6	− 4°	1.0	+ 34°

	Welle 1.	Welle 28.
$p_6 - p_{23}$ D	$=0.2$	$=0.2$
$p_6 - p_{23}$ Mx	$=0.5$	$=0.5$
Rp	$=0.1$	$=0.1$

N:o III 73. 340 V. D. A. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 28. Ampl.	Welle 28. Phas.
I *e*[1]+	**51.0**	**− 8°**	**49.6**	**− 10°**
II *e*[2]+	**47.0**	**± 0°**	**49.1**	**± 0°**
III	2.0	− 10°	1.2	− 7°

	Welle 1.	Welle 28.
$p_4 - p_{11}$ D	$=0.9$	$=0.6$
$p_4 - p_{11}$ Mx	$=2.0$	$=1.9$
Rp	$=0.6$	$=0.4$

N:o I 69. 376 V. D. A. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 28. Ampl.	Welle 28. Phas.
I *fis*[1]	**35.7**	**− 55°**	**31.6**	**− 53°**
II *fis*[2]	**48.0**	**± 0°**	**51.6**	**± 0°**
III	[7.1	+ 25°	8.3	− 27°]
IV	9.2	+146°	8.6	+130°

	Welle 1.	Welle 28.
$p_5 - p_{23}$ D	$=0.2$	$=0.4$
$p_5 - p_{23}$ Mx	$=0.8$	$=0.7$
Rp	$=0.1$	$=0.2$

Ä.

N:o III 41. 128 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 64.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	5.6	+ 18°	3.9	− 61°
II	4.4	− 15°	5.7	− 6°
III	4.2	− 65°	5.9	− 37°
IV	2.9	− 42°	4.2	− 17°
V	3.8	+ 40°	3.5	+ 32°
VI *fis*²+	**15.5**	**± 0°**	**18.2**	**± 0°**
VII	3.1	− 105°	3.2	− 61°
VIII	6.2	− 82°	5.7	− 78°
IX	5.3	+ 31°	2.7	+ 17°
X *dis*³+	**15.3**	**− 28°**	**13.8**	**− 26°**
XI *f*³	**11.8**	**− 66°**	**13.4**	**− 69°**
XII *fis*³+	**15.2**	**− 139°**	**13.9**	**− 141°**
XIII	2.3	− 148°	3.1	+ 118°
XIV	2.9	+ 163°	2.0	+ 113°
XV	1.5	+ 149°	0.8	+ 65°

Welle 1: $\rho_{16}-\rho_{23}\begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 0.9 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

Welle 64: $\rho_{16}-\rho_{23}\begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 0.9 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

N:o III 43. 170 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 46.		Welle 91.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	9.7	− 34°	8.0	− 44°	7.2	− 37°
II	7.8	− 23°	8.1	− 31°	8.7	− 24°
III	2.7	+ 14°	1.8	− 10°	2.3	+ 17°
IV	6.4	+ 43°	6.4	+ 43°	6.6	+ 43°
V *gis*²+	**8.7**	**− 22°**	**9.0**	**− 20°**	**8.7**	**− 12°**
VI	6.2	+ 37°	5.7	+ 34°	5.2	+ 27°
VII	5.7	+ 59°	7.3	+ 68°	9.4	+ 75°
VIII *e*³+	**19.3**	**± 0°**	**20.6**	**± 0°**	**18.6**	**± 0°**
IX *fis*³+	**16.3**	**− 46°**	**19.0**	**− 44°**	**20.7**	**− 49°**
X *gis*³+	**11.8**	**− 163°**	**9.5**	**− 168°**	**9.3**	**+ 179°**
XI	3.9	+ 59°	2.9	+ 26°	2.1	+ 38°
XII	1.0	− 63°	0.4	− 20°	0.5	− 32°
XIII	0.5	+ 81°	1.3	+ 5°	0.8	+ 65°

Welle 1: $\rho_{14}-\rho_{23}\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.7 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

Welle 46: $\rho_{14}-\rho_{23}\begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 0.8 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

Welle 91: $\rho_{14}-\rho_{23}\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.5 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

N:o III 44. 192 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 91.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	11.3	− 34°	10.4	− 18°
II	7.5	− 40°	7.0	− 42°
III	2.4	+ 55°	3.9	+ 74°
IV *fis*²+	**16.0**	**+ 68°**	**18.4**	**+ 68°**
V	2.8	− 4°	1.6	+ 21°
VI	4.8	+ 105°	7.1	+ 110°

N:o III 45. 220 V. D. H. P.

	Welle 1.	
	Ampl.	Phas.
I	5.4	− 78°
II	5.8	− 46°
III	6.1	+ 26°
IV *a*²	**10.7**	**− 33°**
V	4.6	+ 65°
VI *e*³	**35.9**	**+ 0°**

	Welle 1.		Welle 91.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
VII e^3	**23.6**	**+ 71°**	**25.0**	**+ 73°**
VIII fis^3+	**27.3**	**+ 0°**	**23.6**	**+ 0°**
IX	4.1	− 100°	3.0	− 104°

$\rho_{10}-\rho_{23}\begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 0.9 \end{cases}$ $\qquad$ $\rho_{10}-\rho_{23}\begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.7 \end{cases}$

$Rp = 0.2$ $\qquad$ $Rp = 0.2$

	Welle 1.	
	Ampl.	Phas.
VII g^3-	**28.6**	**− 90°**
VIII	3.0	+ 150°

$\rho_9-\rho_{23}\begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.8 \end{cases}$

$Rp = 0.2$

N:o III 46. 256 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 16.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	5.2	− 88°	7.1	− 98°
II	3.9	− 36°	3.6	− 31°
III fis^3+	**15.3**	**− 1°**	**14.8**	**+ 1°**
IV	6.9	− 51°	6.6	− 49°
V dis^3+	**33.6**	**+ 0°**	**31.5**	**± 0°**
VI fis^3+	**33.0**	**− 91°**	**32.6**	**− 94°**
VII	2.1	+ 88°	3.8	+ 92°

$\rho_8-\rho_{23}\begin{cases} D = 0.5 \\ Mx = 1.4 \end{cases}$ $\qquad$ $\rho_8-\rho_{23}\begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 1.2 \end{cases}$

$Rp = 0.3$ $\qquad$ $Rp = 0.2$

N:o III 47. 310 V. D. H. P. (Falset.)

	Welle 1.		Welle 95.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I dis^1-	**20.3**	**+ 5°**	**21.7**	**+ 6°**
II dis^2-	**10.0**	**+ 173°**	**10.9**	**+ 178°**
III ais^2-	**12.2**	**− 129°**	**12.9**	**− 121°**
IV dis^3-	**30.1**	**± 0°**	**27.4**	**+ 0°**
V g^3-	**27.4**	**− 82°**	**27.1**	**− 74°**

$\rho_6-\rho_{23}\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.7 \end{cases}$ $\qquad$ $\rho_6-\rho_{23}\begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.9 \end{cases}$

$Rp = 0.1$ $\qquad$ $Rp = 0.2$

N:o III 50. 490 V. D. A. P.

	Welle 1.		Welle 170.		Welle 236.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I h^1-	**15.0**	**− 27°**	**12.5**	**− 54°**	**11.2**	**− 39°**
II h^2-	**69.6**	**+ 0°**	**62.8**	**± 0°**	**66.4**	**± 0°**
III fis^3-	**11.7**	**− 65°**	**19.6**	**− 47°**	**17.3**	**− 38°**
IV	2.7	− 36°	3.2	− 47°	4.2	− 60°
V	0.9	− 56°	1.9	− 69°	0.9	− 32°

$\rho_6-\rho_{11}\begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 0.7 \end{cases}$ $\qquad$ $\rho_6-\rho_{11}\begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 0.7 \end{cases}$ $\qquad$ $\rho_6-\rho_{11}\begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 0.7 \end{cases}$

$Rp = 0.2$ $\qquad$ $Rp = 0.2$ $\qquad$ $Rp = 0.2$

Ö.

N:o III 31. 160 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Phas.	Welle 72. Ampl.	Phas.
I	13.8	− 46°	14.4	− 46°
II *dis*¹+	**49.6**	**+ 48°**	**48.3**	**+ 46°**
III *dis*²+	**11.6**	**− 53°**	**11.2**	**− 59°**
IV	2.2	+ 56°	2.3	+ 61°
V	1.9	+ 114°	0.6	+ 69°
VI	0.9	+ 175°	0.8	− 156°
VII	0.4	− 78°	1.2	− 21°
VIII	4.1	+ 3°	5.5	− 4°
IX	4.3	− 15°	4.3	+ 1°
X g^3+	**6.9**	**+ 0°**	**8.2**	**± 0°**
XI	4.2	− 67°	3.1	− 78°

Welle 1: $\rho_{12}-\rho_{23}$ $\begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 1.0 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

Welle 72: $\rho_{12}-\rho_{23}$ $\begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 0.8 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

N:o III 32. 170 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Phas.	Welle 59. Ampl.	Phas.
I	13.4	− 65°	12.6	− 83°
II e^1+	**56.6**	**− 36°**	**60.7**	**− 41°**
III	5.3	+ 172°	3.9	− 161°
IV	1.9	− 74°	2.2	− 79°
V	2.6	− 96°	0.7	− 71°
VI	1.6	+ 5°	1.4	+ 3°
VII	2.2	+ 73°	1.4	+ 88°
VIII	3.8	+ 40°	3.7	+ 40°
IX *fis*³+	**5.0**	**± 0°**	**6.1**	**+ 0°**
X	3.9	− 120°	5.7	− 134°
XI	1.2	− 7°	0.7	− 126°
XII	0.7	− 130°	0.4	− 131°
XIII	1.4	+ 111°	0.0	+ 116°
XIV	0.5	+ 36°	0.5	+ 99°

Welle 1: $\rho_{15}-\rho_{23}$ $\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.4 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Welle 59: $\rho_{15}-\rho_{23}$ $\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.3 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

N:o III 33. 220 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Phas.	Welle 87. Ampl.	Phas.
I	17.7	+ 1°	6.8	+ 21°
II a^1	**52.7**	**− 66°**	**58.4**	**− 66°**
III	3.3	+ 61°	0.9	− 132°
IV	2.0	+ 172°	5.3	− 139°
V	3.1	+ 165°	2.5	− 93°
VI e^3	**10.0**	**− 7°**	**9.2**	**− 16°**
VII g^3−	**8.1**	**± 0°**	**10.9**	**± 0°**
VIII	2.3	− 168°	4.6	− 73°
IX	0.8	− 114°	1.4	− 53°

Welle 1: $\rho_{10}-\rho_{23}$ $\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.5 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

Welle 87: $\rho_{10}-\rho_{23}$ $\begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 0.7 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

N:o 41. 199 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 15.		Welle 29.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	5.9	+ 147°	5.2	+ 159°	2.6	− 166°
II g^1	**73.3**	**− 42°**	**74.6**	**− 39°**	**75.3**	**− 37°**
III	1.0	+ 76°	0.2	+ 121°	0.5	+ 176°
IV	1.0	− 113°	1.3	− 72°	2.5	+ 66°
V	2.3	+ 21°	2.4	+ 48°	1.4	− 134°
VI	0.9	+ 128°	0.2	− 107°	1.4	− 82°
VII	2.4	+ 115°	1.8	+ 129°	3.6	+ 127°
VIII	0.5	− 76°	1.4	− 72°	1.5	− 54°
IX a^3	**10.1**	**+ 0°**	**9.8**	**+ 0°**	**8.5**	**+ 0°**
X	0.8	− 144°	1.5	− 124°	0.6	− 81°
XI	0.3	− 69°	0.6	− 74°	0.5	+ 85°
XII	1.6	+ 14°	1.1	− 2°	1.6	− 50°
	$Rp = 0.2$		$Rp = 0.2$		$Rp = 0.1$	

N:o III 34. 240 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 79.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I *ais*+	**26.8**	**+ 15°**	**29.7**	**+ 12°**
II *ais*¹+	**20.1**	**− 58°**	**20.0**	**− 51°**
III	2.1	+ 71°	1.5	+ 107°
IV	1.9	− 113°	0.9	− 72°
V	5.9	+ 85°	5.2	+ 60°
VI f^3+	**15.4**	**+ 48°**	**17.7**	**+ 48°**
VII *gis*³	**21.2**	**± 0°**	**20.4**	**+ 0°**
VIII	3.6	+ 58°	0.7	+ 153°
IX	1.1	+ 107°	2.4	− 149°
X	1.1	− 105°	0.8	− 18°
XI	0.8	− 69°	0.7	+ 113°
$p_{12}-p_{23}$	$D = 0.2$, $Mx = 0.5$		$D = 0.4$, $Mx = 0.6$	
	$Rp = 0.1$		$Rp = 0.2$	

N:o III 35. 256 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 46.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I *h*+	**36.1**	**+ 1°**	**34.5**	**+ 8°**
II *h*¹+	**16.7**	**− 42°**	**16.0**	**− 36°**
III	2.0	+ 121°	1.4	+ 180°
IV	6.1	− 90°	8.2	− 103°
V *dis*³+	**14.0**	**+ 22°**	**9.9**	**+ 37°**
VI *fis*³+	**23.0**	**± 0°**	**22.6**	**+ 0°**
VII	1.1	− 139°	4.4	− 43°
VIII	1.0	− 98°	3.0	− 53°
p_9-p_{11}	$D = 0.4$, $Mx = 0.7$		$D = 0.4$, $Mx = 1.0$	
	$Rp = 0.3$		$Rp = 0.3$	

N:o III 36. 310 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 62.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I *dis*[1] —	**59.8**	**+ 37°**	**62.7**	**+ 33°**
II *dis*[2] —	**9.4**	**+ 55°**	**8.6**	**+ 53°**
III	1.2	− 123°	3.2	− 57°
IV	**7.8**	**+ 74°**	**4.2**	**+ 85°**
V *g*[3] —	**19.5**	**± 0°**	**19.2**	**+ 0°**
VI	2.3	+ 18°	2.1	− 36°

$p_7 - p_{11}$ $\begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.4 \end{cases}$ $p_7 - p_{11}$ $\begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 0.8 \end{cases}$

$Rp = 0.1$ $Rp = 0.2$

N:o III 38. 370 V. D. A. P.

	Welle 1.		Welle 5.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas
I *fis*[1] —	**88.3**	**+ 0°**	**88.2**	**± 0°**
II	4.3	+ 86°	4.3	+ 92°
III	2.2	+ 96°	2.2	+ 100°
IV *fis*[3] —	**3.9**	**+ 88°**	**3.7**	**+ 78°**
V	0.9	+ 94°	0.9	+ 101°
VI	0.3	+ 157°	0.8	− 147°

$p_7 - p_{11}$ $\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.4 \end{cases}$ $p_7 - p_{11}$ $\begin{cases} D = 0.1 \\ Mx = 0.4 \end{cases}$

$Rp = 0.1$ $Rp = 0.1$

N:o III 39. 424 V. D. A. P.

	Welle 1.		Welle 66.		Welle 74.		Welle 84.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I *gis*[1] +	**85.7**	**+ 0°**	**85.6**	**+ 0°**	**81.9**	**+ 0°**	**81.6**	**+ 0°**
II	1.2	− 65°	1.0	− 79°	5.4	+ 135°	4.7	+ 129°
III *dis*[3] +	**6.2**	**+ 47°**	**6.4**	**+ 64°**	**6.5**	**+ 81°**	**7.5**	**+ 88°**
IV *gis*[3] +	**6.1**	**+ 43°**	**6.5**	**+ 61°**	**5.2**	**+ 79°**	**5.6**	**+ 88°**
V	0.8	− 11°	0.6	− 32°	1.1	− 154°	0.6	+ 172°

$p_6 - p_{11}$ $\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.7 \end{cases}$ $p_6 - p_{23}$ $\begin{cases} D = 0.1 \\ Mx = 0.3 \end{cases}$ $p_6 - p_{23}$ $\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.4 \end{cases}$ $_6p - p_{11}$ $\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.3 \end{cases}$

$Rp = 0.1$ $Rp = 0.1$ $Rp = 0.1$ $Rp = 0.1$

N:o III 40. 490 V. D. A. P.

	Welle 1.		Welle 94.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I *h*[1] —	**79.8**	**+ 21°**	**76.1**	**+ 22°**
II	4.5	− 177°	8.4	+ 151°

	Welle 1.		Welle 94.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
III *fis*³—	**12.2**	**+ 0°**	**11.7**	**± 0°**
IV	2.4	+ 33°	3.1	+ 74°
V	1.1	+ 145°	0.7	+ 180°

Welle 1.: $p_6 - p_{11} \begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.8 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

Welle 94.: $p_6 - p_{11} \begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.6 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

Ø.

N:o III 52. 160 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 83.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	3.6	— 74°	3.1	— 94°
II	10.7	+ 18°	12.2	+ 19°
III	5.1	+ 38°	4.3	+ 32°
IV *dis*²+	**24.9**	**+ 57°**	**22.7**	**+ 55°**
V	4.0	— 19°	4.4	— 3°
VI	6.1	+ 79°	6.6	+ 73°
VII *cis*³	**14.7**	**+ 112°**	**15.7**	**+ 113°**
VIII *dis*³+	**23.1**	**+ 0°**	**22.6**	**± 0°**
IX	5.0	+ 21°	5.4	+ 4°
X	1.9	— 40°	2.5	— 24°
XI	1.1	+ 53°	0.5	+ 17°

Welle 1.: $p_{12} - p_{23} \begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 0.6 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

Welle 83.: $p_{12} - p_{23} \begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 0.6 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

N:o III 53. 170 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 92.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	4.3	— 62°	5.3	— 38°
II	11.8	+ 12°	12.3	— 3°
III	5.7	+ 28°	5.3	+ 15°
IV *e*²+	**25.4**	**+ 8°**	**24.3**	**+ 2°**
V	1.8	— 65°	2.5	— 81°
VI *h*²+	**9.6**	**+ 7°**	**9.0**	**— 2°**
VII *d*³	**23.8**	**+ 0°**	**21.0**	**+ 0°**
VIII *e*³+	**12.1**	**— 126°**	**15.6**	**— 139°**
IX	4.2	— 78°	4.0	— 93°
X	1.3	— 129°	0.8	— 173°

Welle 1.: $p_{11} - p_{23} \begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.7 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

Welle 92.: $p_{11} - p_{23} \begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.6 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

N:o III 54. 192 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 100.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	6.7	— 46°	7.9	— 53°
II	**18.3**	**— 13°**	**18.4**	**— 13°**
III	**11.7**	**+ 69°**	**11.2**	**+ 72°**

N:o III 55. 210 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 99.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	15.8	— 146°	8.4	— 164°
II	14.2	+ 9°	17.0	+ 10°
III *dis*²	**32.2**	**+ 25°**	**35.9**	**+ 25°**

	Welle 1.		Welle 100.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
IV *fis*²+	**10.8**	**− 11°**	**11.4**	**− 6°**
V	6.9	+ 97°	7.3	+ 97°
VI *cis*³+	**15.5**	**+ 119°**	**14.9**	**+ 125°**
VII *e*³+	**25.8**	**+ 0°**	**24.7**	**+ 0°**
VIII	4.3	+ 27°	4.2	+ 38°
$p_9 - p_{23}$ *D*	= 0.3		= 0.2	
$p_9 - p_{23}$ *Mx*	= 0.9		= 0.5	
Rp	= 0.2		= 0.1	

	Welle 1.		Welle 99.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
IV	3.4	+ 21°	4.4	+ 36°
V	8.8	+ 51°	9.4	+ 67°
VI *dis*³	**16.7**	**± 0°**	**16.0**	**+ 0°**
VII	4.7	+ 2°	5.1	+ 2°
VIII	1.9	− 7°	1.7	− 9°
IX	0.9	+ 11°	0.7	+ 19°
X	0.5	+ 24°	0.5	+ 15°
XI	0.9	− 28°	0.9	− 28°
$p_{12} - p_{23}$ *D*	= 0.3		= 0.3	
$p_{12} - p_{23}$ *Mx*	= 0.6		= 0.6	
Rp	= 0.2		= 0.2	

N:o 35. 231 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 7.		Welle 21.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	3.1	+ 43°	4.8	+ 37°	3.4	+ 54°
II	11.0	+ 17°	9.6	+ 25°	9.2	− 9°
III *f*²−	**18.1**	**+ 81°**	**17.7**	**+ 76°**	**19.7**	**+ 80°**
IV	3.7	+ 38°	4.2	+ 31°	3.3	+ 56°
V *d*³−	**17.3**	**+ 135°**	**16.6**	**+ 134°**	**18.8**	**+ 138°**
VI *f*³−	**34.0**	**+ 0°**	**35.4**	**+ 0°**	**32.5**	**± 0°**
VII	4.4	+ 92°	4.7	+ 101°	6.2	+ 76°
VIII	1.5	+ 70°	0.7	+ 83°	1.5	+ 58°
IX	1.6	− 57°	3.1	− 106°	2.6	+ 44°
X	2.2	+ 164°	1.2	+ 94°	1.2	− 105°
XI	3.1	− 150°	2.1	+ 178°	1.6	− 166°
Rp	= 0.3		= 0.2		= 0.1	

N:o III 56. 240 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 93.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	8.5	− 25°	9.0	− 23°
II	**17.1**	**− 21°**	**18.1**	**− 16°**
III *f*²+	**26.8**	**− 52°**	**23.9**	**− 47°**
IV	**10.7**	**+ 34°**	**13.0**	**+ 37°**
V *d*³+	**30.7**	**+ 0°**	**29.4**	**+ 0°**
VI	3.4	− 122°	4.3	− 84°
VII	2.8	− 148°	2.3	− 115°
$p_8 - p_{23}$ *D*	= 0.3		= 0.3	
$p_8 - p_{23}$ *Mx*	= 0.6		= 0.6	
Rp	= 0.2		= 0.1	

N:o III 57. 256 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 125.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	8.2	− 66°	9.0	− 62°
II *h*¹+	**14.2**	**+ 18°**	**13.4**	**+ 16°**

N:o III 58. 370 V. D. A. P.

	Welle 1.		Welle 168.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	29.3	− 30°	29.6	− 28°
II *fis*²−	**43.6**	**+ 45°**	**45.0**	**+ 39°**

	Welle 1.		Welle 125.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
III *fis*²+	**11.9**	**— 15°**	**13.1**	**— 17°**
IV *h*²+	**21.2**	**+ 36°**	**21.6**	**+ 38°**
V *dis*³+	**30.6**	**+ 0°**	**28.6**	**+ 0°**
VI	6.6	— 23°	7.6	— 25°
VII	1.6	— 15°	1.3	— 25°
VIII	1.7	+ 19°	1.3	+ 13°
IX	2.8	— 14°	2.6	— 23°
X	1.2	— 34°	1.4	— 50°
$p_{11} - p_{23}$ D	= 0.3		= 0.3	
$p_{11} - p_{23}$ Mx	= 0.5		= 0.5	
Rp	= 0.1		= 0.1	

	Welle 1.		Welle 168.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
III	9.6	+ 20°	9.3	+ 16°
IV *fis*³—	**16.2**	**+ 0°**	**14.8**	**+ 0°**
V	1.2	— 42°	1.3	— 10°
$p_6 - p_{11}$ D	= 0.4		= 0.4	
$p_6 - p_{11}$ Mx	= 0.8		= 0.8	
Rp	= 0.2		= 0.2	

N:o III 59. 412 V. D. A. P.

	Abschnitt α [1]				Abschnitt β					
	Welle 1.		Welle 9.		Welle 1.		Welle 24.		Welle 171.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	18.5	— 41°	17.5	— 40°	18.6	— 49°	19.8	— 42°	24.8	— 42°
II *gis*²—	**52.3**	**+ 0°**	**54.2**	**+ 0°**	**58.9**	**± 0°**	**58.2**	**± 0°**	**57.2**	**+ 0°**
III *dis*³—	**19.0**	**— 69°**	**19.1**	**— 73°**	**13.3**	**— 43°**	**14.5**	**— 48°**	**7.8**	**+ 11°**
IV *gis*³—	**10.2**	**+ 165°**	**9.2**	**+ 164°**	**9.1**	**— 155°**	**7.5**	**— 165°**	**10.2**	**— 111°**
$p_5 - p_{11}$ D	= 0.2		= 0.8		= 0.6		= 1.2		= 0.4	
$p_5 - p_{11}$ Mx	= 0.9		= 1.7		= 0.9		= 2.0		= 0.8	
Rp	= 0.2		= 0.4		= 0.3		= 0.6		= 0.2	

Ich bitte, die Grösse der Phasenvariationen ausschliesslich nach obiger Tabelle zu beurtheilen. Die in dem Aufsatz „Zur Lehre von den Vocalklängen“ S. 583 gegebene Zusammenstellung war nur provisorisch und ist übrigens von

[1]) Vgl. „Zur Lehre von den Vocalklängen“ S. 572.

einigen Druckfehlern entstellt. Nicht nur in der betreffenden Tabelle sondern auch an sehr vielen anderen Stellen des genannten Aufsatzes (Seiten 558, 568, 569, 570, 578, 581 u. 582) sind die Punkte über *Ä*, *Ö* und *Å*, beim Reindruck weggefallen, obgleich sie auf dem Correcturbogen ganz deutlich zu sehen waren.

Es sind überhaupt erst die hier zusammengestellten Zahlenreihen als die definitiven zu betrachten, weil einige Controlrechnungen bei dem Erscheinen der früheren Mittheilung noch nicht fertig waren. Die Fehler der Amplituden waren in keinem Falle so gross, dass es sich verlohnen würde, eine entsprechende Umrechnung der Intensitäten vorzunehmen.

Gesprochene Vocale.

E.

N:o 20*a*.[1]) 216 V. D. H. P.

Welle 62.

	Ampl.	Phas.
I	6.1	− 35°
II a^1−	**61.1**	**± 0°**
III	2.2	+ 155°
IV	4.5	+ 152°
V	1.9	− 20°
VI	1.7	+ 98°
VII	2.8	+ 55°
VIII	3.7	− 169°
IX	3.9	− 126°
X c^4+	**5.2**	**− 112°**
XI	3.7	− 42°
XII	3.2	− 121°

$Rp = 0.2$

N:o 20*a*. 219 V. D. H. P.

Welle 63.

	Ampl.	Phas.
I	5.2	− 35°
II a^1−	**64.5**	**+ 0°**
III	3.7	− 141°
IV	3.6	− 144°
V	1.3	− 78°
VI	1.8	+ 11°
VII fis^3+	**4.4**	**+ 23°**
VIII	3.6	+ 111°
IX	2.6	+ 154°
X cis^4−	**5.1**	**+ 141°**
XI	1.0	+ 173°
XII	3.3	+ 168°

$Rp = 0.2$

N:o 20*a*. 308 V. D. H. P.

Welle 33.

	Ampl.	Phas.
I dis^1−	**23.4**	**+ 42°**
II dis^2−	**24.4**	**+ 0°**
III	3.5	− 156°
IV	1.4	+ 129°
V g^3−	**11.9**	**− 31°**
VI	4.6	+ 72°
VII c^4+	**11.9**	**+ 123°**
VIII dis^4−	**13.8**	**+ 168°**
IX	2.7	+ 126°
X	2.3	− 139°

$Rp = 0.2$

---

[1]) Ich bezeichne hier die gesprochenen Vocale durch ein der Nummer angehängtes *a*.

U.

N:o 14*a*. 323 V. D. H. P. — Welle 50.

	Ampl.	Phas.
I dis^1+	**86.3**	**— 27°**
II	1.7	+ 90°
III	0.9	— 49°
IV dis^3+	**10.6**	**± 0°**
V	0.6	+ 6°

$Rp = 0.1$

N:o 14*a*. 332 V. D.[1]) H. P. — Welle 49.

	Ampl.	Phas.
I e^1—	**83.1**	**— 33°**
II	2.4	+ 33°
III	1.9	— 108°
IV e^3—	**10.8**	**+ 0°**
V	1.9	+ 161°

$Rp = 0.1$

N:o 14*a*. 337 V. D. H. P. — Welle 28.

	Ampl.	Phas.
I e^1+	**79.7**	**+ 41°**
II	1.5	+ 95°
III	3.6	— 147°
IV e^3+	**11.0**	**± 0°**
V	4.3	+ 25°

$Rp = 0.3$

N:o 14*a*. 339 V. D. — Welle 39.

	Ampl.	Phas.
I e^1+	**75.6**	**+ 35°**
II	2.1	— 163°
III	3.4	— 152°
IV e^3+	**17.1**	**+ 0°**
V	1.8	+ 56°

$Rp = 0.3$

N:o 14*a*. 339 V. D. H. P. — Welle 40.

	Ampl.	Phas.
I e^1+	**75.0**	**+ 35°**
II	1.4	+ 152°
III	4.0	— 168°
IV e^3+	**16.8**	**+ 0°**
V	2.8	+ 66°

$Rp = 0.3$

[1]) Unter Mitberücksichtigung einiger angrenzenden Wellen fand ich die Tonhöhe 326 V. D.

Y.

N:o 16*a*. 260 V. D. H. P. — Welle 8.

	Ampl.	Phas.
I c^1—	**63.9**	**— 42°**
II	3.5	+ 166°
III	1.4	— 80°
IV	[4.7	+ 47°
V	4.1	+ 62°
VI	3.1	+ 69°
VII a^3+	**6.0**	**+ 27°**
VIII c^4—	**8.5**	**+ 0°**
IX	3.9	— 66°
X	1.1	+ 146°

$Rp = 0.2$

N:o 16*a*. 299 V. D. H. P. — Welle 21.

	Ampl.	Phas.
I d^1+	**72.7**	**— 15°**
II	1.3	— 121°
III	1.0	+ 154°
IV	1.2	— 51°
V	2.8	— 35°
VI	3.1	+ 2°
VII c^4—	**4.6**	**+ 62°**
VIII d^4+	**11.1**	**± 0°**
IX	2.2	— 128°

$Rp = 0.1$

N:o 16*a*. 300 V. D. H. P. — Welle 23.

	Ampl.	Phas.
I d^1+	**71.0**	**— 16°**
II	2.8	— 13°
III	1.3	+ 44°
IV	1.3	— 117°
V	1.1	— 57°
VI	2.5	— 30°
VII c^4—	**6.8**	**+ 114°**
VIII d^4+	**10.8**	**+ 0°**
IX	2.5	— 4°

$Rp = 0.1$

N:o 16*a*. 327 V. D. H. P. — Welle 41.

	Ampl.	Phas.
I e^1—	**82.7**	**+ 24°**
II	1.2	+ 42°
III	1.0	+ 106°
IV	2.3	— 40°
V	2.0	+ 76°
VI	1.7	— 135°
VII cis^4+	**7.7**	**+ 0°**
VIII	1.5	— 19°

$Rp = 0.1$

Ä.

N:o 22*a*. 307 V. D. H. P.

Welle 28.

	Ampl.	Phas.
I	12.5	− 59°
II	6.7	+ 51°
III ais^2 −	**16.3**	**+ 91°**
IV	9.6	+ 67°
V fis^3 +	**21.5**	**+ 44°**
VI ais^3 −	**25.4**	**± 0°**
VII	2.7	− 44°
VIII	5.3	+ 18°

$Rp = 0.4$

N:o 22*a*. 344 V. D. H. P.

Welle 38.

	Ampl.	Phas.
I	16.3	− 82°
II	6.0	+ 19°
III c^3 −	**10.8**	**+ 5°**
IV f^3 −	**26.2**	**+ 41°**
V gis^3 +	**30.9**	**± 0°**
VI	4.5	− 149°
VII	5.2	− 14°

$Rp = 0.9$

N:o 22*a*. 347 V. D. H. P.

Welle 40.

	Ampl.	Phas.
I	16.9	− 76°
II	6.0	+ 24°
III	9.2	+ 0°
IV f^3 −	**25.4**	**+ 35°**
V a^3 −	**28.7**	**± 0°**
VI	9.0	− 92°
VII	4.8	− 21°

$Rp = 0.3$

N:o 22*a*. 369 V. D. H. P.

Welle 57.

	Ampl.	Phas.
I fis^1 −	31.7	− 137°
II	6.9	+ 58°
III	5.1	+ 30°
IV fis^3 −	**23.3**	**+ 49°**
V ais^3 −	**24.6**	**+ 0°**
VI	5.1	− 80°
VII	3.3	− 34°

$Rp = 0.6$

Ö.

N:o 19*a*. 275 V. D. H. P.

Welle 19.

	Ampl.	Phas.
I cis^1 −	**23.8**	**+ 41°**
II cis^2 −	**17.9**	**− 22°**
III	1.4	+ 30°
IV	2.8	− 154°
V f^3 −	**11.5**	**− 16°**
VI gis^3 −	**14.7**	**+ 73°**
VII ais^3 +	**20.2**	**± 0°**
VIII	2.1	+ 94°
IX	5.7	+ 85°

$Rp = 0.2$

N:o 19*a*. 275 V. D. H. P.

Welle 20.

	Ampl.	Phas.
I cis^1 −	**22.6**	**+ 48°**
II ais^2 −	**17.3**	**− 24°**
III	1.2	+ 172°
IV	0.7	− 36°
V f^3 −	**11.9**	**− 4°**
VI gis^3 −	**17.4**	**+ 68°**
VII ais^3 +	**19.0**	**± 0°**
VIII	3.9	+ 131°
IX	6.0	+ 78°

$Rp = 0.5$

N:o 19*a*. 291 V. D. H. P.

Welle 32.

	Ampl.	Phas.
I d^1 −	**31.7**	**− 21°**
II d^2 −	**17.0**	**− 144°**
III	2.5	+ 1°
IV	2.5	− 152°
V	**9.1**	**+ 19°**
VI a^3 −	**16.4**	**± 0°**
VII	**9.0**	**− 64°**
VIII	8.8	− 45°
IX	3.0	− 166°

$Rp = 0.6$

N:o 19*a*. 294 V. D. H. P.

Welle 33.

	Ampl.	Phas.
I d^1	**29.3**	**− 27°**
II d^2	**19.8**	**− 149°**
III	1.4	− 87°
IV	2.6	+ 25°
V	**9.9**	**+ 17°**
VI a^3	**17.0**	**± 0°**
VII	**9.3**	**− 64°**
VIII	7.5	− 47°
IX	3.2	− 173°

$Rp = 0.5$

Tabelle II.

$\varepsilon_i = \varepsilon$ nach Berechnung von i Theiltönen.
Σp = die Summe der Partialamplituden.

Gruppe a. *Abscissen und Ordinaten mit Objectivmikrometer gemessen. Zeiss' Objectiv F, Ocular II oder III. Einheit = 0.0001 mm.*

				Σp
N:o 35	Welle	1	$\varepsilon_{11} = 5.48$	321.4
„	„	7	$\varepsilon_{11} = 4.04$	291.1
„	„	21	$\varepsilon_{11} = 2.24$	298.7
40	Welle	1	$\varepsilon_{2} = 5.01$	228.7
	„	2	$\varepsilon_{2} = 5.93$	234.6
	„	3	$\varepsilon_{2} = 4.60$	230.5
	„	4	$\varepsilon_{2} = 3.38$	236.9
	„	45	$\varepsilon_{2} = 6.12$	275.8
	„	81	$\varepsilon_{2} = 3.65$	242.0
41	Welle	1	$\varepsilon_{12} = 4.52$	321.0
	„	15	$\varepsilon_{12} = 4.34$	294.3
	„	29	$\varepsilon_{12}' = 3.04$	305.0
42	Welle	1	$\varepsilon_{7} = 4.81$	98.0
	„	21	$\varepsilon_{7} = 3.93$	93.8
I 65	Welle	1	$\varepsilon_{10} = 1.61$	163.1
I 66	Welle	17	$\varepsilon_{7} = 2.33$	204.8
I 69	Welle	28	$\varepsilon_{4} = 1.78$	131.1

Gesprochene Vocale				Σp
N:o 20*a*	Welle	33	$\varepsilon_{10} = 1.20$	73.3
„	„	62	$\varepsilon_{12} = 3.32$	185.6
„	„	63	$\varepsilon_{12} = 2.58$	200.6
14*a*	Welle	28	$\varepsilon_{5} = 6.81$	515.3
„	„	39	$\varepsilon_{5} = 6.12$	450.1
„	„	40	$\varepsilon_{5} = 7.34$	448.6
„	„	49	$\varepsilon_{5} = 2.63$	393.9
„	„	50	$\varepsilon_{5} = 2.15$	367.8
22*a*	Welle	28	$\varepsilon_{8} = 7.78$	244.6
	„	38	$\varepsilon_{7} = 15.45$	231.4
	„	40	$\varepsilon_{7} = 4.93$	257.8
	„	57	$\varepsilon_{7} = 9.55$	275.9
19*a*	Welle	19	$\varepsilon_{9} = 2.41$	159.1
	„	20	$\varepsilon_{9} = 4.24$	155.4
	„	32	$\varepsilon_{9} = 3.47$	113.4
	„	33	$\varepsilon_{9} = 2.65$	109.4
16*a*	Welle	8	$\varepsilon_{10} = 1.70$	114.7
	„	21	$\varepsilon_{9} = 2.12$	208.9
	„	23	$\varepsilon_{9} = 1.71$	229.6
	„	41	$\varepsilon_{8} = 1.90$	298.8

Gruppe b. *Die Abscissen wurden mit Objectivmikrometer gemessen, die Ordinaten mit Ocularmikrometer. Objectiv: Leitz' System 9. Ocular: Zeiss III. Einheit der Ordinatenmessungen = 0.00007 mm.*

				Σp
I 38	Welle	1	$\varepsilon_6 = 3.23$	331.3
	„	2	$\varepsilon_4 = 3.69$	361.7
	Wellen	6—7	$\varepsilon_{10} = 1.60$	338.0
	„	10—11	$\varepsilon_{10} = 2.54$	347.8
	„	21—22	$\varepsilon_{10} = 1.52$	340.1
I 39	Welle	1	$\varepsilon_6 = 1.06$	224.9
	Wellen	5—6	$\varepsilon_{13} = 1.63$	224.4
I 40	Wellen	1—2	$\varepsilon_{10} = 0.92$	216.3
	Welle	6	$\varepsilon_5 = 0.74$	214.0
I 41	Welle	1	$\varepsilon_{11} = 0.94$	155.3
	„	31	$\varepsilon_{11} = 0.89$	152.9
I 42	Welle	1	$\varepsilon_9 = 1.51$	199.3
	„	22	$\varepsilon_{10} = 1.43$	179.9
	„	27	$\varepsilon_{11} = 1.20$	192.6
	„	32	$\varepsilon_9 = 0.79$	186.9
	„	37	$\varepsilon_9 = 0.77$	191.1
I 43	Welle	1	$\varepsilon_{10} = 1.32$	541.6
	„	17	$\varepsilon_{10} = 1.29$	535.4
I 44	Welle	1	$\varepsilon_{11} = 0.66$	129.3
	„	7	$\varepsilon_{11} = 1.04$	123.3

				Σp
I 57	Welle	1	$\varepsilon_{17} = 1.98$	158.9
	„	3	$\varepsilon_{17} = 1.24$	156.3
I 58	Welle	1	$\varepsilon_{15} = 2.80$	134.8
	„	6	$\varepsilon_{15} = 2.49$	130.0
I 59	Welle	1	$\varepsilon_{12} = 1.85$	134.1
	„	24	$\varepsilon_{12} = 2.36$	133.9
I 60	Welle	1	$\varepsilon_{11} = 1.78$	495.0
	„	6	$\varepsilon_{11} = 1.94$	484.0
I 61	Welle	1	$\varepsilon_9 = 1.88$	269.2
	„	7	$\varepsilon_9 = 1.35$	267.3
I 64	Welle	1	$\varepsilon_9 = 1.58$	148.3
	„	17	$\varepsilon_9 = 0.87$	154.5
I 66	Welle	1	$\varepsilon_7 = 2.34$	288.9
I 67	Welle	1	$\varepsilon_5 = 1.52$	141.3
	„	34	$\varepsilon_5 = 1.36$	140.1
I 68	Welle	1	$\varepsilon_5 = 1.08$	113.7
	„	28	$\varepsilon_5 = 0.97$	110.4
I 69	Welle	1	$\varepsilon_4 = 1.66$	195.0
I 71	Welle	1	$\varepsilon_7 = 1.38$	149.2
	„	41	$\varepsilon_7 = 0.87$	129.6

Gruppe c. *Abscissen mit Objectivmikrometer gemessen, Ordinaten mit Ocularmikrometer. Objectiv: Leitz' System 9. Ocular: Leitz 3. Einheit der Ordinatenmessungen etwas grösser als bei **d** und **f**.*

III 39 Welle 74 $\varepsilon_5 = 1.15$ $\Sigma p = 190.5$

Gruppe d. *Die Abscissen wurden mit Objectivmikrometer gemessen, die Ordinaten mit Ocularmikrometer. Objectiv: Leitz' System 9. Ocular: Leitz 4. Einheit der Ordinatenmessungen = 0.00007 mm.*

				Σp
III 31	Welle	1	$\varepsilon_{11} = 2.21$	125.3
	„	72	$\varepsilon_{11} = 1.79$	112.6
III 32	Welle	1	$\varepsilon_{14} = 1.50$	181.6
	„	$59^1/_2$	$\varepsilon_{14} = 0.93$	152.6

				Σp
III 33	Welle	1	$\varepsilon_9 = 1.49$	128.9
	„	87	$\varepsilon_9 = 1.84$	124.0
III 34	Welle	1	$\varepsilon_{11} = 1.51$	196.1
	„	79	$\varepsilon_{11} = 2.37$	177.9

				Σp
III 35	Welle	1	$\varepsilon_8 = 2.30$	155.2
	„	46	$\varepsilon_8 = 2.59$	165.1
III 36	Welle	1	$\varepsilon_6 = 1.43$	200.3
	„	62	$\varepsilon_6 = 1.95$	171.5
III 38	Welle	1	$\varepsilon_6 = 1.02$	222.3
	„	5	$\varepsilon_6 = 1.02$	226.8
III 39	Welle	1	$\varepsilon_5 = 1.39$	193.4
	„	66	$\varepsilon_5 = 1.07$	198.1
	„	84	$\varepsilon_5 = 1.07$	204.1
III 40	Welle	1	$\varepsilon_5 = 1.11$	100.9
III 40	Welle	94	$\varepsilon_5 = 0.88$	99.9
III 41	Welle	1	$\varepsilon_{15} = 1.27$	79.6
	„	64	$\varepsilon_{15} = 1.24$	70.6
III 43	Welle	1	$\varepsilon_{13} = 1.93$	162.1
	„	46	$\varepsilon_{13} = 2.49$	151.9
	„	91	$\varepsilon_{13} = 1.41$	161.8
III 50	Welle	1	$\varepsilon_5 = 0.83$	84.6
	„	170	$\varepsilon_5 = 1.00$	89.0
	„	236	$\varepsilon_5 = 1.00$	83.1

Gruppe e. *Sowohl Abscissen als Ordinaten wurden mit Ocularmikrometer (Scala mit Theilung in beiden Achsenrichtungen) gemessen. Objectiv: Leitz' System 9. Ocular: Zeiss III. Einheit der Messung = 0.00007 mm.*

I 65 Welle 14 $\varepsilon_{10} - 1.47$ $\Sigma p = 165.0$

Gruppe f. *Ocular: Leitz 4. Sonst wie Gruppe* **e.**

				Σp
III 47	Welle	1	$\varepsilon_5 = 2.24$	243.3
	„	95	$\varepsilon_5 = 2.88$	219.5

Gruppe g. *Abscissen und Ordinaten vermittels eines Quadratnetzes im Ocular abgelesen. Objectiv: Leitz' System 9. Ocular: Leitz 4. Einheit = 0.00011 mm.*

				Σp
24	Welle	1	$\varepsilon_{15} = 0.64$	56.0
	„	16	$\varepsilon_{15} = 1.00$	61.8
25	Welle	1	$\varepsilon_{13} = 1.00$	135.3
	„	18	$\varepsilon_{13} = 1.51$	143.9
III 44	Welle	1	$\varepsilon_9 = 2.17$	151.1
	„	91	$\varepsilon_9 = 1.71$	136.1
III 45	Welle	1	$\varepsilon_8 = 2.38$	168.4
III 46	Welle	1	$\varepsilon_7 = 2.63$	135.5
	„	16	$\varepsilon_7 = 2.17$	145.7
III 52	Welle	1	$\varepsilon_{11} = 1.44$	98.1
	„	83	$\varepsilon_{11} = 1.43$	102.1
III 53	Welle	1	$\varepsilon_{10} = 1.07$	83.4
	„	92	$\varepsilon_{10} = 1.07$	93.6
III 54	Welle	1	$\varepsilon_8 = 1.45$	112.5
III 54	Welle	100	$\varepsilon_8 = 1.03$	105.3
III 55	Welle	1	$\varepsilon_{11} = 1.41$	117.5
	„	99	$\varepsilon_{11} = 1.23$	104.8
III 56	Welle	1	$\varepsilon_7 = 1.46$	122.0
	„	93	$\varepsilon_7 = 1.30$	121.3
III 57	Welle	1	$\varepsilon_{10} = 1.18$	127.7
	„	125	$\varepsilon_{10} = 1.36$	131.1
III 58	Welle	1	$\varepsilon_5 = 0.62$	53.2
	„	168	$\varepsilon_5 = 0.62$	53.1
III 59α	Welle	1	$\varepsilon_4 = 0.52$	56.0
	„	9	$\varepsilon_4 = 1.10$	53.2
III 59β	Welle	1	$\varepsilon_4 = 0.73$	45.2
	„	24	$\varepsilon_4 = 1.55$	50.2
	„	171	$\varepsilon_4 = 0.58$	47.1

				Σp
III 70	Welle	1	$\varepsilon_6 = 0.76$	93.4
	„	42	$\varepsilon_6 = 1.16$	95.0
III 71	Welle	1	$\varepsilon_5 = 2.20$	125.7
	„	64	$\varepsilon_5 = 2.39$	121.5
III 72	Welle	1	$\varepsilon_5 = 1.21$	84.8
	„	81	$\varepsilon_5 = 0.92$	83.8
III 73	Welle	1	$\varepsilon_3 = 0.87$	30.2
	„	28	$\varepsilon_3 = 0.69$	30.9
III 75	Welle	1	$\varepsilon_6 = 0.89$	46.1
	„	90	$\varepsilon_6 = 0.90$	45.0
III 80	Welle	1	$\varepsilon_{14} = 1.30$	25.9
	„	17	$\varepsilon_{14} = 1.40$	31.5
III 81	Welle	1	$\varepsilon_{12} = 0.83$	52.6
	„	32	$\varepsilon_{12} = 0.69$	50.9
III 82	Welle	1	$\varepsilon_8 = 0.51$	22.5
	„	74	$\varepsilon_8 = 0.51$	21.5
III 83	Welle	1	$\varepsilon_6 = 0.45$	35.1
	„	119	$\varepsilon_6 = 0.59$	30.2
III 84	Welle	1	$\varepsilon_7 = 0.17$	42.4
	„	98	$\varepsilon_7 = 0.39$	45.3
III 90	Welle	1	$\varepsilon_{12} = 0.93$	39.8
	„	25	$\varepsilon_{12} = 0.82$	34.9
III 91	Welle	1	$\varepsilon_{11} = 0.96$	45.6
	„	27	$\varepsilon_{11} = 1.06$	44.2
III 92	Welle	1	$\varepsilon_{11} = 0.92$	55.2
	„	36	$\varepsilon_{11} = 0.75$	50.2
III 96	Welle	1	$\varepsilon_{10} = 0.58$	98.9
	„	44	$\varepsilon_{10} = 0.67$	91.5
III 98	Welle	1	$\varepsilon_6 = 1.51$	55.0
	„	101	$\varepsilon_6 = 1.31$	52.1
III 104	Welle	1	$\varepsilon_3 = 0.87$	27.4
	„	8	$\varepsilon_3 = 0.73$	26.5
III 106	Welle	1	$\varepsilon_3 = 1.24$	28.5
	„	33	$\varepsilon_3 = 0.77$	29.2
III 107	Welle	1	$\varepsilon_2 = 0.56$	34.1
	„	96	$\varepsilon_2 = 1.00$	36.7
III 108	Welle	1	$\varepsilon_3 = 0.54$	50.5
	„	88	$\varepsilon_3 = 0.77$	49.0
III 109	Welle	1	$\varepsilon_3 = 0.42$	50.2
	„	82	$\varepsilon_3 = 0.49$	51.3

Bei den Ocularmikrometern war der wirkliche Abstand (im Ocular) zwischen den Theilstrichen 0.05 mm; die Zehntel dieser Strecke wurden geschätzt. Die Seiten der Quadrate im Ocularnetz hatten eine Länge von 0.08 mm; auch hier wurden die Zehntel geschätzt.

Eine von den verschiedenen Scalen, die ich für meine Messungen hergestellt habe, wurde auf die Genauigkeit der Theilung geprüft, und zwar wählte ich eine Strecke derjenigen Scala, welche bei den Ordinatenmessungen der Gruppen *b* und *e* benützt wurde. Die Prüfung wurde bei starker Vergrösserung, vermittels eines noch feineren Ocularmikrometers (25 Theilstriche auf 1 mm) gemacht. Die Fehler sind bedeutend kleiner als die kleinste bei der Ordinatenmessung berücksichtigte Strecke der Scala.

Die Grösse des mittleren Fehlers ist nicht nur von der Steilheit und der absoluten Höhe der Curven abhängig, sondern auch von der verschiedenen Gleichmässigkeit, mit welcher der Schlitten des Sprachzeichners bei der Herstellung derselben forbewegt wurde. Hierdurch erklären sich die grossen Schwankungen dieses Fehlers bei verschiedenen Curven, und die im Ganzen recht gute Übereinstimmung der Fehler für verschiedene Wellen derselben Curve. Bei der

Messung der Curven 35, 40, 41, 42, 20*a*, 14*a*, 22*a*, 19*a*, 16*a*, war das Objectivmikrometer nicht tadellos justirt. Bei 22*a*. Welle 38 war die Differenz zwischen y_0 und $y_{48} = 12$ anstatt 0 [1]).

Die Anzahl der gemessenen Ordinaten (gewöhnlich 48) geht meistens aus der Anzahl berechneter Theiltöne hervor. Nur für diejenigen Fälle, wo keine Durchschnittswerthe der nicht-significativen Constanten gegeben werden, sind besondere Angaben über die Ordinatenzahl nöthig:

48 Ordinaten: 16*a*, (Wellen 8 u. 41) 19*a*, 20*a*, (Wellen 19 u. 20) 22*a*, 35, (Wellen 7 u. 21) 41.

12 Ordinaten: 40, Wellen 1, 2, 3, 4,

24 Ordinaten: 14*a* 16*a* (Wellen 21 u. 23) 19*a* (Wellen 32 u. 33) 35 (Welle 1) 40 (Wellen 45 u. 81).

[1]) Vgl. Pipping, Zur Klangfarbe der gesungenen Vocale, S. 24.



Anhang

von Dr *Ernst Lindelöf.*

Um die Constanten a_k, b_k zu bestimmen hat man sich bekanntlich der Gleichungen

$$y_i = a_0 + a_1 \cos iZ + a_2 \cos 2iZ + \cdots\cdots + a_\mu \cos \mu iZ + \cdots\cdots \qquad (1)$$
$$(i = 0, 1, \cdots\cdots, n-1)$$
$$+ b_1 \sin iZ + b_2 \sin 2iZ + \cdots\cdots + b_\mu \sin \mu iZ + \cdots\cdots$$

zu bedienen, wo $y_0, y_1, \cdots, y_{n-1}$ die gemessenen äquidistanten Ordinaten bezeichnen, und wo Z der Kürze halber statt $\frac{2\pi}{n}$ geschrieben wurde. Von diesen Constanten wollen wir diejenigen weglassen, deren Index grösser ist als $\mu\left(<\frac{n}{2}\right)$, indem wir sie aus irgend einem Grunde als unwesentlich betrachten, und nur die Constanten

$$a_0,\ a_1, \cdots,\ a_\mu,\ b_1, \cdots,\ b_\mu$$

beibehalten. Bestimmt man dann die letzt genannten Constanten mittels der Methode der kleinsten Quadrate, findet man

$$a_k = \frac{2}{n}\sum_i y_i \cos kiZ, \qquad b_k = \frac{2}{n}\sum_i y_i \sin kiZ \qquad (k = 1, 2, \ldots, \mu)\ , \qquad (2)$$

$$a_0 = \frac{1}{n}\sum_i y_i\ ,$$

und für die *übrig gebliebenen Fehler* erhält man die Ausdrücke

$$\delta_i = -y_i + a_0 + a_1 \cos iZ + \cdots + a_\mu \cos \mu iZ + b_1 \sin iZ + \cdots + b_\mu \sin \mu iZ\,. \qquad (3)$$

Ferner bezeichnen wir mit $\Delta_0, \Delta_1, \cdots \Delta_{n-1}$ die Beobachtungsfehler der gemessenen Ordinaten und mit $\bar{a}_0\ \bar{a}_1,\ \bar{b}_1$ etc. die wahren Werthe von den Coefficienten unserer periodischen Reihe. Dann wird

$$(4)\quad \Delta_i = -y_i + A_0 + A_1 \cos iZ + \cdots + A_\mu \cos \mu iZ + \cdots\cdot + A_{\frac{n}{2}} \cos \frac{n}{2} iZ$$

$$+ B_1 \sin iZ + \cdots + B_\mu \sin \mu iZ + \cdots\cdot + B_{\frac{n}{2}-1} \sin \left(\frac{n}{2}-1\right) iZ\,,$$

wo

$$A_k = \bar{a}_k + \bar{a}_{n-k} + \bar{a}_{n+k} + \bar{a}_{2n-k} + \cdots\,,\quad B_k = \bar{b}_k - \bar{b}_{n-k} + \bar{b}_{n+k} - \bar{b}_{2n-k} + \cdots$$

$$\left(k = 1, 2, \cdots \frac{n}{2} - 1\right),$$

$$A_0 = \bar{a}_0 + \bar{a}_n + \bar{a}_{2n} + \cdots\,,\quad A_{\frac{n}{2}} = \bar{a}_{\frac{n}{2}} + \bar{a}_{\frac{3n}{2}} + \bar{a}_{\frac{5n}{2}} + \cdots\cdot$$

Setzen wie endlich

$$a_{\mu+k} = \frac{2}{n}\sum_i y_i \cos(\mu+k) iZ\,,\quad b_{\mu+k} = \frac{2}{n}\sum_i \sin(\mu+k) iZ \left(k = 1,\ 2, \cdots \frac{n}{2} - \mu - 1\right),$$

$$a_{\frac{n}{2}} = \frac{1}{n}\sum_i (-1)^i y_i\,,$$

und bezeichnen wir mit $\Delta a_k,\ \Delta b_k,\ \Delta a_0,\ \Delta a_{\frac{n}{2}}$ die Ausdrücke

$$(5)\quad \begin{aligned} \Delta a_k &= \frac{2}{n}\sum_i \Delta_i \cos kiZ\,, & \Delta b_k &= \frac{2}{n}\sum_i \Delta_i \sin kiZ \left(k = 1,\ 2, \cdots \frac{n}{2} - 1\right) \\ \Delta a_0 &= \frac{1}{n}\sum_i \Delta_i\,, & \Delta a_{\frac{n}{2}} &= \frac{1}{n}\sum_i (-1)^i \Delta_i\,, \end{aligned}$$

finden folgende Relationen statt:

$$A_k = a_k + \Delta a_k\,,\quad B_j = b_j + \Delta b_j \quad \left(k = 0,\ 1, \cdots, \frac{n}{2};\ j = 1,\ 2, \cdots, \frac{n}{2} - 1\right)\,,$$

und wir erhalten folglich indem wir (3) von (4) abziehen

$$\Delta_i = \delta_i + \Delta a_0 + \Delta a_1 \cos iZ + \cdots\cdot + \Delta a_\mu \cos \mu iZ + (a_{\mu+1} + \Delta a_{\mu+1}) \cos(\mu+1) iZ + \cdots$$

$$+ \left(a_{\frac{n}{2}} + \Delta a_{\frac{n}{2}}\right) \cos \frac{n}{2} iZ$$

$$+ \Delta b_1 \sin iZ + \cdots + \Delta b_\mu \sin \mu iZ + (b_{\mu+1} + \Delta b_{\mu+1}) \sin(\mu+1) iZ + \cdots\cdot$$

$$+ \left(b_{\frac{n}{2}-1} + \Delta b_{\frac{n}{2}-1}\right) \sin\left(\frac{n}{2} - 1\right) iZ.$$

Diese Gleichung wollen wir quadriren und dann nach i summiren, von $i=0$ bis zu $i=n-1$. Es ist bekanntlich

$$\sum_i \cos \nu i Z = 0 \; (\nu < n), \quad \sum_i \sin \nu i Z = 0 \; \text{(für alle Werthe von } \nu),$$

$$\sum_i \cos^2 \nu i Z = \sum_i \sin^2 \nu i Z = \frac{n}{2} \left(\nu < \frac{n}{2}\right).$$

$$\sum_i \cos^2 \frac{n}{2} i Z = n \;,$$

$$\sum_i \cos \nu i Z \cdot \cos \varrho i Z = \sum_i \sin \nu i Z \cdot \sin \varrho i Z = 0 \quad (\varrho \gtrless \nu \,,\; \varrho + \nu < n) \;,$$

$$\sum_i \sin \nu i Z \cdot \cos \varrho i Z = 0 \quad \text{(für alle Werthe von } \nu \text{ und } \varrho).$$

Aus diesen Formeln ergiebt sich ferner mit Rücksicht auf (3)

$$\sum_i \delta_i = -\sum_i y_i + \sum a_0 = -n a_0 + n a_0 = 0 \;,$$

$$\sum_i \delta_i \cos \nu i Z = -\sum_i y_i \cos \nu i Z + a_\nu \sum_i \cos^2 \nu i Z = -\frac{n}{2} a_\nu + \frac{n}{2} a_\nu = 0 \quad (\nu \leqq \mu) \;,$$

$$\sum_i \delta_i \sin \nu i Z = -\sum_i y_i \sin \nu i Z + b_\nu \sum_i \sin^2 \nu i Z = -\frac{n}{2} b_\nu + \frac{n}{2} b_\nu = 0 \quad (\nu \leqq \mu) \;,$$

$$\sum_i \delta_i \cos (\mu + \varrho) i Z = -\sum_i y_i \cos (\mu + \varrho) i Z = -\frac{n}{2} a_{\mu+\varrho} \quad \left(\varrho < \frac{n}{2} - \mu\right) ,$$

$$\sum_i \delta_i \sin (\mu + \varrho) i Z = -\sum_i y_i \sin (\mu + \varrho) i Z = -\frac{n}{2} b_{\mu+\varrho} \quad \left(\varrho < \frac{n}{2} - \mu\right) ,$$

$$\sum_i \delta_i \cos \frac{n}{2} i Z = -\sum_i y_i \cos \frac{n}{2} i Z = -n a_{\frac{n}{2}} \;.$$

Unter Berücksichtigung dieser Formeln findet man für $\Sigma \Delta_i^2$ folgenden Ausdruck:

$$\sum_i \Delta_i^2 = \sum_i \delta_i^2 + n \Delta a_0^2 + \frac{n}{2} \sum_{i=1}^{\mu} (\Delta a_i^2 + \Delta b_i^2) - \frac{n}{2} \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}-\mu-1} (a^2_{\mu+i} - \Delta a^2_{\mu+i}) \qquad (6)$$

$$- \frac{n}{2} \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}-\mu-1} (b^2_{\mu+i} - \Delta b^2_{\mu+i}) - n \left(a_{\frac{n}{2}}^2 - \Delta a_{\frac{n}{2}}^2\right) .$$

Wen wir mit ε den mittleren Fehler einer einzelnen Beobachtung bezeichnen, sind nach (5) die wahrscheinlichen Werthe von Δa_i^2 und Δb_i^2 beziehungsweise

$$\frac{4}{n^2}\varepsilon^2\sum_i \cos^2 kiZ = \frac{2}{n}\varepsilon^2 \qquad \text{und} \qquad \frac{4}{n^2}\varepsilon^2\sum_i \sin^2 kiZ = \frac{2}{n}\varepsilon^2$$

und der wahrscheinliche Werth von Δa_0^2 wird $= \frac{\varepsilon^2}{n}$. Ersetzen wir also diese Grössen durch ihre wahrscheinlichen Werthe und ebenso die Summe $\Sigma\Delta_i^2$ durch ihren wahrscheinlichen Werth $n\varepsilon^2$, verwandelt sich die Gleichung (6) in die folgende

$$(7)\quad (n-m)\,\varepsilon^2 = \sum_i \delta_i^2 - \frac{n}{2}\sum_i (a^2_{\mu+i} - \Delta a^2_{\mu+i}) - \frac{n}{2}\sum_i (b^2_{\mu+i} - \Delta b^2_{\mu+i}) - n\left(a_{\frac{n}{2}}^2 - \Delta a_{\frac{n}{2}}^2\right),$$

wo $m = 2\mu + 1$ ist. Im Falle, dass die wahren Werthe der Constanten a_k, b_k, deren Index grösser als μ ist, alle Null sind, verschwinden in dieser Gleichung die drei letzten Glieder identisch so dass man erhält

$$\varepsilon^2 = \frac{\Sigma\delta_i^2}{n-m},$$

und zwar ist dieses Resultat ganz unabhängig davon ob die Constanten a_0, $a_1 \cdots$, a_μ, $b_1 \cdots b_\mu$ alle wesentlich sind oder ob es unter ihnen auch solche giebt, die nur den Beobachtungsfehlern ihre Existenz verdanken.

Wenn dagegen unter den genannten Constanten eine oder mehrere vorhanden sind, deren wahrer Werth von Null verschieden ist, sind bekanntlich die wahrscheinlichen Werthe der Differenzen

$$a^2_{\mu+i} - \Delta a^2_{\mu+i}, \quad b^2_{\mu+i} - \Delta b^2_{\mu+i}, \quad a_{\frac{n}{2}}^2 - \Delta a_{\frac{n}{2}}^2,$$

positiv, und nach (7) ist daher in diesem Falle wahrscheinlich

$$\varepsilon^2 < \frac{\Sigma\delta_i^2}{n-m}.$$

Hiermit dürfte die Richtigkeit des im Texte (p. 19) ausgesprochenen Satzes erwiesen sein.

Erklärung der Tafeln.

In den Tafeln I und II ist die Lage und Breite der Verstärkungsbereiche durch Linien angegeben worden. Je mehr nach rechts die Mitte einer Linie liegt, desto höher ist der entsprechende Ton maximaler Resonanz; je länger die Linie ist, desto breiter ist das Verstärkungsgebiet. Um die Übergänge zwischen den verschiedenen Vocalen zu verdeutlichen, habe ich die Punkte, welche Verstärkungscentra angeben, durch punktirte Linien mit einander verbunden. Näheres über die Anordnung dieser Vocalreihen siehe S. 29.

Für das deutsche u habe ich die Tonhöhen d^1 und g^2 angesetzt. Ich habe (Zur Klangf. d. ges. Voc. S. 56—57) bei einem Individuum c^1 und a^2 gefunden, bei einem anderen waren f^1 und f^2 die stärksten Töne, ohne dass gesagt werden konnte, ob die Centra der Gebiete mit diesen Tönen zusammenfielen oder nicht. Hermann giebt für den tieferen Ton die Höhe c^1— f^1, für den höheren d^2— e^2.

In der Tafel III ist die Lage der einzelnen Vocale mittels zweier Coordinaten bestimmt worden, so dass die Ordinate der Höhe des tieferen Resonanztones proportional ist, die Abscisse der des höheren. Näheres S. 30—31.

Die Tafeln IV, V und VI enthalten Abbildungen von Curven, welche nach den Ordinatenmessungen aufgezeichnet wurden. Die Linien, mit welchen ich die durch Messung gefundenen Punkte manchmal verbunden habe, sind aus freier Faust gezogen worden.

Auf der Tafel IV sieht man Curven von 11 verschiedenen Vocalen, deren Grundtöne ziemlich genau übereinstimmen. Die Wellen u 266 V. D. und *y* 265 V. D. sind schon früher (Zur Klangf. d. ges. Voc. Tafel I) abgebildet worden; die dort abgebildete *i*-Curve ist dieselbe, von welcher auch jetzt eine Welle vertreten ist.

Die Tafel V zeigt uns 11 verschiedene Tonhöhen desselben Vocals (*ö*).

Auf der Tafel VI sehen wir oben drei *y*-Wellen, welche alle derselben (gesprochenen) Silbe angehören. Dann folgen drei Curvenpaare, welche zeigen, dass Wellenformen, die einander recht ähnlich sind, ganz verschiedene Vocale geben können, wenn die Grundtöne nicht dieselben sind. Die beiden *u*-Curven unten beziehen sich auf dieselbe Tonhöhe, aber auf verschiedene Individuen.

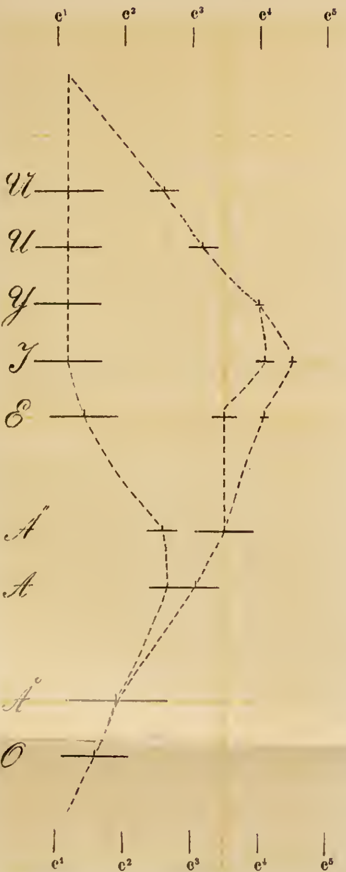
Von den Curven III 33, III 35, III 36, III 46 und III 75 sind in den Tafeln je zwei Wellen abgebildet worden. Sollte jemand wünschen, sich über die Periodicität (oder sonstige Eigenschaften) der Curven ein sichreres Urtheil zu bilden, als diese wenigen und natürlich nicht tadellosen Reproductionen es ermöglichen, bin ich gerne bereit, ein Verzeichniss sämmtlicher Ordinaten zur Verfügung zu stellen.

Errata:

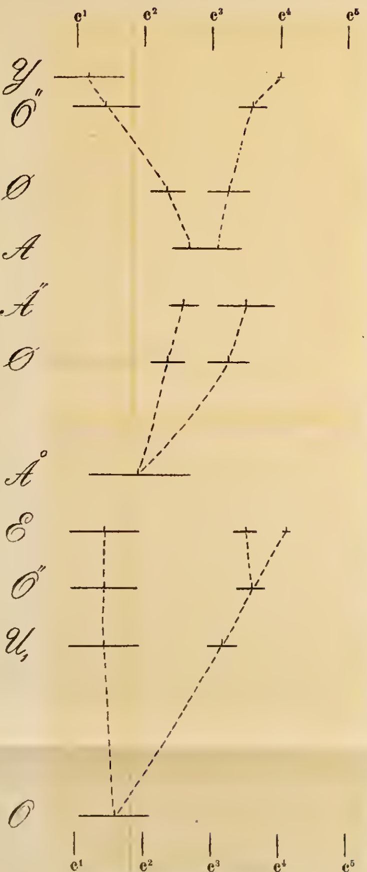
S. 16	Zeile	1	von unten steht:	der	lies:	die
S. 18	„	6	„ „ „	bekant	„	bekannt
S. 22	„	15	„ „ „	ertönenender	„	ertönender
S. 23	„	10	„ „ „	naeh	„	nach

S. 40, in der Curve N:o 42, Welle 1, ist für den fünften Theilton die Phase + 0° angesetzt worden anstatt — 2°. Wenn wir von 0° dieses Tones ausgehen wollen, müssen die Phasen der übrigen Theiltone entsprechend umgerechnet werden.

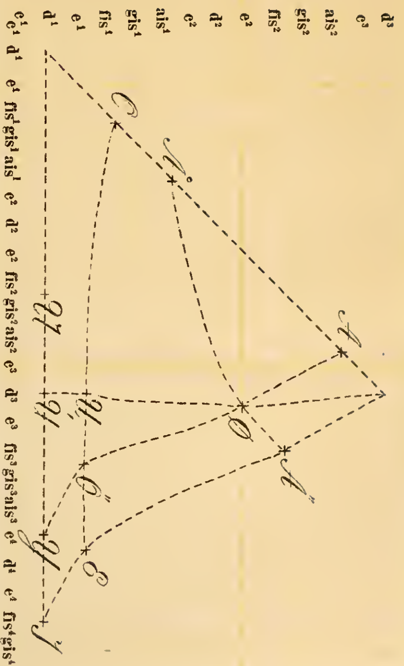
Tafel I



Tafel II



Tafel III



Tafel I

III 106 Welle 33
Ges. H P.
O 256 V. D.



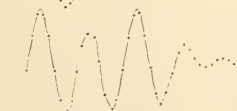
III 72 Welle 81
Ges. H. P.
Å 256 V. D.



III 96 Welle 44
Ges. H. P.
A 256 V. D.



III 46 Welle 1
Ges. H. P.
Â 256 V. D.



III 82 Welle 74
Ges. H. P.
E 259 V. D.



24 Welle 16
Ges. H. P.
I 261 V. D.



21
Ges. H. P.
Y 265 V. Ḋ.



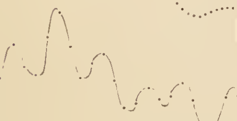
III 75 Welle 1
Ges. H. P.
U 256 V. D.



17
Ges. W. M.
ꜵ 266 V. D.



III 35 Welle 1
Ges. H. P.
Ō 256 V. D.

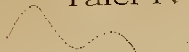


III 57 Welle 1
Ges. H. P.
Ø 256 V. D.



Tafel IV

III 106 Welle 33
Ges. H P.
O 256 V. D.



III 72 Welle 81
Ges. H. P.
Å 256 V. D.



III 66 Welle 44
Ges. H. P.
A 256 V. D.



III 46 Welle 1
Ges. H. P.
Å 256 V. D.



III 62 Welle 74
Ges. H. P.
E 259 V. D.



24 Welle 16
Ges. H. P.
I 201 V. D.



21
Ges. H. P.
V 265 V. D.



III 75 Welle 1
Ges. H. P.
U 256 V. D.



17
Ges. W. M.
Ʉ 266 V. D.



III 35 Welle 1
Ges. H. P.
Ö 256 V. D.

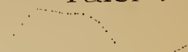


III 57 Welle 1
Ges. H. P.
Ø 256 V. D.



Tafel V

III 40 Welle 94
Ges. A. P.
Ō 460 V. D.



III 36 Welle 1
Ges. A. P.
Ō 424 V. D.



III 36 Welle 5
Ges. A. P.
Ō 370 V. D.



III 36 Welle 1
Ges. H. P.
Ō 310 V. D.



16 a Welle 32
Gespr. H. P.
Ō 281 V. D



III 35 Welle 46
Ges. H. P.
O 256 V. D.



III 34 Welle 1
Ges. H. P.
Ō 240 V. D.



III 33 Welle 1
Ges. H. P.
Ō 230 V. D.



41 Welle 26
Ges. H. P.
Ō 196 V. D.



III 32 Welle 1
Ges. H. P.
Ō 170 V. D.



III 31 Welle 1
Ges. H. P.
Ō 160 V. D.



Tafel VI

16 a Welle 6
Gespr. H. P.
Y 260 V. D.



16 a Welle 21
Gespr. H. P.
Y 289 V. D.



16 a Welle 41
Gespr. H. P.
Y 327 V. D.



III 33 Welle 67
Ges. H. P.
Ō 220 V. D.



I 41 Welle 31
Ges. H. P.
U 167 V. D.



III 36 Welle 62
Ges. H. P.
Ȯ 310 V. D.



III 75 Welle 90
Ges. H. P.
U 256 V. D.



III 46 Welle 16
Ges. H. P.
Å 256 V. D.



35 Welle 21
Ges. H. P.
Ø 230 V. D.



I 43 Welle 17
Ges. H. P.
U 278 V D.



I 36 Welle 21
Ges. A. P.
U 270 V. D

